GENERALIZED PARETO UNTUK PENDUGAAN CURAH HUJAN EKSTRIM DI 4 STASIUN BMKG PROVINSI LAMPUNG



Skripsi

Diajukan untuk Melengkapi Tugas-Tugas dan Memenuhi Syarat-syarat Guna Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) dalam Ilmu Matematika

> Oleh NURASIAH NPM: 1411050123

Jurusan: Pendidikan Matematika

FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN UNIVERSITAS ISLAM NEGERI RADEN INTAN LAMPUNG 1441 H / 2019 M

GENERALIZED PARETO UNTUK PENDUGAAN CURAH HUJAN EKSTRIM DI 4 STASIUN BMKG PROVINSI LAMPUNG

Skripsi

Diajukan untuk Melengkapi Tugas-Tugas dan Memenuhi Syarat-syarat Guna Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) dalam Ilmu Matematika

Oleh

NURASIAH NPM: 1411050123

Jurusan: Pendidikan Matematika

Pembimbing I : Dr. Hj. Meriyati, M.Pd Pembimbing II : Dian Anggraini,M.Sc

FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN UNIVERSITAS ISLAM NEGERI RADEN INTAN LAMPUNG 1441 H / 2019 M

ABSTRAK

Curah hujan adalah ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap dan tidak mengalir. Curah hujan biasa adalah satuan yang menggambarkan besarnya air yang turun secara wajar, sedangkan curah hujan ekstrim adalah satuan yang menggambarkan besarnya air yang turun melebihi kapasitas. Dampak yang di timbulkan dari curah hujan ekstrim salah satunya adalah banjir. Salah satu distribusi umum untuk nilai ekstrim yaitu distribusi Generalized Pareto (GP). (Rinaldi, 2016) menyatakan distribusi Generalized Pareto (GP) telah menunjukkan kinerja yang baik untuk memperkirakan parameter nilai ekstrim. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan estimasi parameter bentuk dan skala dari distribusi Generalized Pareto (GP) dan dari kedua parameter tersebut dapat diketahui karakter curah hujan di 4 kabupaten Provinsi Lampung. Data curah hujan di ambil dari stasiun BMKG di 4 titik untuk 4 kabupaten Provinsi Lampung. Hasil penelitian menunjukkan nilai dugaan parameter skala (σ) tertinggi di miliki oleh Kabupaten Pesawaran, sedangkan yang terendah di Kabupaten Mesuji. Parameter bentuk (θ) nilai tertinggi di Kabupaten Mesuji dan yang terendah di Kabupaten Pesawaran. Dapat di simpulkan bahwa daerah yang paling rawan terhadap banjir adalah Kabupaten Pesawaran. Sedangkan yang berpeluang kecil terjadinya banjir adalah Kabupaten Mesuji.

Kata Kunci : Curah Hujan, *Generalized Pareto* (GP), Parameter Bentuk, Parameter Skala.

MOTTO

أَلَمْ تَرَ أَنَّ ٱللَّهَ أَنزَلَ مِنَ ٱلسَّمَآءِ مَآءَ فَسَلَكَهُ ويَنكِيعَ فِي ٱلْأَرْضِ ثُمَّ يُخْرِجُ بِهِ وَزَعًا تُخْتَلِفًا أَلُوَانُهُ و ثُمَّ يَهِيجُ فَتَرَكُهُ مُصْفَرَّا ثُمَّ يَجُعَلُهُ و حُطَمًا ۚ إِنَّ فِي ذَلِكَ لَذِكْرَىٰ لِأُوْلِى ٱلْأَلْبَكِ ۞

Artinya: "Apakah kamu tidak memperhatikan, bahwa sesungguhnya Allah menurunkan air dari langit, maka diaturnya menjadi sumbersumber air di bumi kemudian ditumbuhkan-Nya dengan air itu tanam-tanaman yang bermacam-macam warnanya, lalu menjadi kering lalu kamu melihatnya kekuning-kuningan, kemudian dijadikan-Nya hancur berderai-derai. Sesungguhnya pada yang demikian itu benar-benar terdapat pelajaran bagi orang-orang yang mempunyai akal." (QS: Az-Zumar: 21)

PERSEMBAHAN

Syukur Alhamdulilah penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan kekuatan kepada penulis sehingga bisa terselesaikan skripsi ini. Karya kecil ini penulis persembahkan dengan penuh cinta kepada:

- 1. Ayahanda tercinta Sudiman dan Ibunda tercinta Biyantini yang seluruh hidupnya didedikasikan untuk mengasuh, menyayangi, mendidik dan membesarkan penulis dengan kesabaran yang selalu merindukan keberhasilan penulis dan selalu memotivasi penulis, lantaran dari doa keduanyalah penulis bisa menyelesaikan studi sampai seperti sekarang ini, yang tak mampu penulis membalas jasa-jasa keduanya sampai kapanpun.
- Untuk Adikku tersayang Umi Khasanah yang selalu memberikan semangat agar terselesainya skripsi ini dan senantiasa mendoakan serta merindukan keberhasilan penulis.

RIWAYAT HIDUP

Nurasiah, dilahirkan di Desa Panggung Jaya Kecamatan Rawa Jitu Utara Kabupaten Mesuji, pada tanggal 12 Desember 1995. Anak pertama dari pasangan Bapak Sudiman dan Ibu Biyantini.

Jenjang pendidikan dimulai dari Sekolah Dasar (SD) Negeri 2 Panggung Jaya Kecamatan Rawa Jitu Utara Kabupaten Mesuji yang ditempuh selama 6 tahun dan lulus pada tahun 2008. Pada tahun 2008 melanjutkan ke jenjang Madrasah Tsanawiyah (MTS) Negeri Panggung Jaya Kabupaten Mesuji yang ditempuh selama 3 tahun dan lulus pada tahun 2011, kemudian dilanjutkan kembali pada jenjang Madrasah Aliyah (MA) Negeri 2 Metro yang ditempuh selama 3 tahun dan lulus pada tahun 2014.

Pada tahun 2014 melanjutkan pendidikan ke jenjang perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri (UIN) Raden Intan Lampung Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Jurusan Pendidikan Matematika. Pada tahun 2017 penulis melakukan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Trimomukti Kecamatan Candipuro Lampung Selatan. Penulis melakukan kegiatan Praktik Pengalaman Lapangan (PPL) di MA Al Hikmah Bandar Lampung.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum, Wr. Wb

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji hanya bagi Allah SWT atas segala rahmat dan anugerah-Nya. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dalam rangka memenuhi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) pada Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung. Penyelesaian skripsi ini, penulis banyak menerima bantuan dan bimbingan yang sangat berharga dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

- Prof.Dr.Hj.Nirva Diana,M.Pd selaku Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung
- Dr. Nanang Supriadi, M.Sc selaku ketua jurusan Pendidikan Matematika
 Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Raden Intan
 Lampung
- Bapak Rizky Wahyu Yunian Putra, M.Pd selaku sekertaris Pendidikan Matematika UIN Raden Intan Lampung
- 4. Dr.Hj. Meriyati, M.Pd selaku pembimbing I dan Dian Anggraini, M.Sc selaku pembimbing II yang telah banyak meluangkan waktu dan dengan sabar membimbing penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
- Dosen di lingkungan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan (khususnya jurusan Pendidikan Matematika) yang telah memberikan ilmu pengetahuan kepada

penulis selama menuntut ilmu di Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas

Islam Negeri Raden Intan Lampung.

6. Sahabat-sahabat seperjuanganku dibangku kuliah Meli Pranata, Nur Rahma

Aini, Ahmad Zuhan Nahdiyah dan seluruh teman-teman Matematika B 2014

yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu, terimakasih atas canda tawa yang

pernah terjalin selama ini.

7. Saudara-saudaraku KKN Desa Trimomukti Kecamatan Candipuro dan

Kelompok PPL MA AL-HIKMAH Bandar Lampung yang sangat luar biasa

yang tidak akan pernah terlupa momen-momen yang telah kita lalui bersama.

8. Almamater UIN Raden Intan Lampung tercinta.

Semoga Allah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua dan

berkenan membalas semua kebaikan yang diberikan kepada penulis. Penulis

berharap skripsi ini dapat memberi manfaat bagi kita semua.

Wassalamu'alaikum. Wr. Wb

Bandar Lampung, Desember 2019

Penulis,

Nurasiah

NPM. 1411050123

DAFTAR ISI

Hala	ıman
HALAMAN JUDUL	i
ABSTRAK	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
MOTTO	v
PERSEMBAHAN	vi
RIWAYAT HIDUP	vii
KATA PENGHANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Identifikasi Masalah	8
C. Batasan Masalah	8
D. Rumusan Masalah	8
E. Tujuan Penelitian	9
F. Manfaat Penelitian	9
BAB II LANDASAN TEORI	
A. Distribusi <i>Pareto</i>	11
B. Generalized Pareto (GP)	14
C. Peaks Over Threshold (POT)	16
D. Maximum Likelihood Estimation (MLE)	22
2.1 Estimasi Parameter Untuk Distribusi GP dengan MLE	23
2.1.1 Probability density GPD untuk $\theta \neq 0$	23
2.1.2 <i>Probability density</i> GPD untuk $\theta = 0$	30
E. Pemeriksaan Model Menggunakan Plot Kuanti-kuantil	32
F. Curah Hujan	33
G. Software R	33
2.1 Kelebihan dan Kekurangan R	34
2.4.1 Kelebihan	34
2.4.2 Kelemahan	35
2.2 Menjalankan R	35
-	
BAB III METODELOGI PENELITIAN	
A. Waktu dan Tempat Penelitian	38
B. Metode Penelitian	38
3.1 Tahap Studi Literatur	38
3.2 Tahap Pencarian Informasi dan Data	39

3.3 Tahap Pengolahan Data	39
3.4 Tahap Mendapatkan Hasil	39
3.4.1 Flowchart Penelitian	40
3.4.2 Penjelasan Flowchart	41
C. Timeline Penelitian	43
BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN	
1. Kabupaten Mesuji	44
2. Kabupaten Lampung Utara	51
3. Kabupaten Lampung Selatan	58
4. Kabupaten Pesawaran	65
PEMBAHASAN	72
BAB V PENUTUP	
A. Kesimpulan	75
B. Saran	76
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Timeline Penelitian	43
Tabel 4.1 Data Curah Hujan Kabupaten Mesuji	44
Tabel 4.2 Data melebihi nilai ambang 150 mm	49
Tabel 4.3 Data Curah Hujan Kabupaten Lampung Utara	52
Tabel 4.4 Data melebihi nilai ambang 318 mm	56
Tabel 4.5 Data Curah Hujan Kabupaten Lampung Selatan	59
Tabel 4.6 Data melebihi nilai ambang 158 mm	63
Tabel 4.7 Data Curah Hujan Kabupaten Pesawaran	66
Tabel 4.8 Data melebihi nilai ambang 148 mm	70
Tabel 4.9 Nilai Ambang dan jumlah data ekstrim	72
Tabel 4.10 Hasil Parameter	73

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Curah Hujan Bulanan Kabupaten Mesuji, Kabupaten	
Pesawaran, Kabupaten Lampung Utara, dan Kabupaten	
Lampung Selatan Tahun 2009-2018	4
Gambar 2.1 Grafik Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Pareto	13
Gambar 2.2 Garfik Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Generalized	
Pareto	15
Gambar2.3 Grafik MRLP Curah Hujan Maksimum Pertahun di	
Tanggerang	20
Gambar 2.4 Tampilan Awal Program R	35
Gambar 2.5 Package extRemes	36
Gambar 2.6 Package extRemes	37
Gambar 3.1 Flowchart Penelitian	40
Gambar 4.1 Hasil Data Deskriptif Curah Hujan Di Kabupaten Mesuji	45
Gambar 4.2 Grafik Histogram Data Curah Hujan Kabupaten Mesuji	45
Gambar 4.3 Grafik MRLP Data Kabupaten Mesuji	46
Gambar 4.4 Grafik Model Fit Generalized Pareto Dengan Nilai	
Threshold Berkisar Antara 130 Sampai Dengan 200	47
Gambar 4.5 Grafik Pengambilan Data Ekstrim Data Curah Hujan	
Kabupaten Mesuji	48
Gambar 4.6 Hasil Estimasi Parameter Bentuk dan Skala Data Curah	
Hujan Kahunatan Masuji	50

Gambar 4.7 Plot Kuantil Curah Hujan Kabupaten Mesuji Tahun	
2009-2018	51
Gambar 4.8 Hasil Data Deskriptif Curah Hujan Kabupaten Lampung	
Utara	52
Gambar 4.9 Grafik Histogram Data Curah Hujan Kabupaten	
Lampung Utara	53
Gambar 4.10 Grafik MRLP Data Kabupaten Lampung Utara	54
Gambar 4.11 Grafik Model Fit Generalized Pareto Dengan Nilai	
Threshold Berkisar 210 Sampai Dengan 410	55
Gambar 4.12 Grafik Pengambilan Data Ekstrim Data Curah Hujan	
Kabupaten Lampung Utara	56
Gambar 4.13 Hasil Estimasi Parameter Bentuk dan Skala Data Curah	
Hujan Kabupaten Lampung Utara	57
Gambar 4.14 Plot Kuantil Curah Hujan Kabupaten Lampung Utara	58
Gambar 4.15 Hasil Data Deskriptif Curah Hujan Kabupaten	
Lampung Selatan	59
Gambar 4.16 Grafik Histogram Data Curah Hujan Kabupaten	
Lampung Selatan	60
Gambar 4.17 Grafik MRLP Data Curah Hujan Kabupaten Lampung	
Selatan	61
Gambar 4.18 Grafik Model Fit Generalized Pareto Dengan Nilai	
Threshold Berkisar Antara 140 Sampai Dengan 200	62

Gambar 4.19 Grafik Pengambilan Data Ekstrim Data Curah Hujan	
Kabupaten Lampung Selatan	63
Gambar 4.20 Hasil Estimasi Parameter Bentuk dan Skala Data Curah	
Hujan Kabupaten Lampung Selatan	64
Gambar 4.21 Plot Kuantil Curah Hujan Kabupaten Lampung Selatan	65
Gambar 4.22 Hasil Data Deskriptif Curah Hujan Kabupaten	
Pesawaran	66
Gambar 4.23 Grafik Histogram Data Curah Hujan Kabupaten	
Pesawaran	67
Gambar 4.24 Grafik MRLP Data Curah Hujan Kabupaten Pesawaran	68
Gambar 4.25 Grafik Model Fit Generalized Pareto Dengan Nilai	
Threshold Berkisar Antara 110 Sampai Dengan 200	69
Gambar 4.26 Grafik Pengambilan Data Ekstrim Data Curah Hujan	
Kabupaten Pesawaran	70
Gambar 4.27 Hasil Estimasi Parameter Bentuk dan Skala Data Curah	
Hujan Kabupaten Pesawaran	71
Gambar 4 28 Plot Kuantil Curah Hujan Kabupaten Pesawaran	72

BAB I PENDAHULUAN

A. LATAR BELAKANG MASALAH

Curah hujan adalah ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap dan tidak mengalir. Curah hujan 1 (satu) milimeter, artinya dalam luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air setinggi satu milimeter atau tertampung air sebanyak satu liter dalam jangka waktu tertentu.

Kajian mengenai curah hujan sangat penting untuk dianalisis agar dapat mengurangi dampak yang di timbulkan dari perubahan curah hujan ekstrim. Dampak yang dapat di timbulkan dari perubahan curah hujan ekstrim antara lain banjir, pasang naik air laut dan gagal panen.

Indonesia merupakan negara beriklim tropis yang mempunyai dua musim yaitu musim hujan dan musim kemarau. Direktur Jenderal Sumber Daya Air, Hari Suprayogi mengatakan bahwa pada tahun 2018 ada 20 kota rawan banjir di Indonesia, salah satunya Bandar Lampung. Pada waktu musim penghujan beberapa wilayah di Provinsi Lampung terjadi banjir dan genangan, paling sering terjadi di kabupaten Pesawaran. Kepala Badan Penanggulanan Bencana Daerah (BPBD) Pesawaran, Mustari membenarkan banjir sering melanda wilayah kecamatan Padang Cermin Kabupaten Pesawaran. Ketinggian air mencapai satu meter lebih, membuat

_

¹ "Daftar 20 Kota Rawan Banjir di Indonesia,20. Kupas Tuntas. https://www.msn.com/id-id/berita/other/daftar-20-kota-rawan-banjir-di-indonesia/ar-BBPdnwm. (7 September 2019 pukul 10.49).

arus kendaraan tidak bisa melintas. Tercatat seseorang warga meninggal, dan kerugian perabotan rumah tangga warga karena terendam.²

Allah SWT menyinggung hujan dalam Al-Qur'an surat Ath-Thariq ayat 11-12

Artinya: "Demi langit yang mengandung hujan dan bumi yang mempunyai tumbuh-tumbuhan".

Ayat diatas menjelaskan bahwa Allah telah menurunkan hujan dan hujan merupakan rezeki yang diturunkan untuk manusia, hewan serta tumbuhan.

Proses terbentuknya hujan secara detail terdapat dalam Al-Qur'an An Nur ayat 43 yang berbunyi:

Artinya: "Tidaklah kamu melihat bahwa Allah mengarak awan, kemudian mengumpulkan antara (bagian-bagian)nya, kemudian menjadikannya bertindih-tindih, maka kelihatanlah olehmu hujan keluar dari celah-celahnya dan Allah (juga) menurunkan (butiran-butiran) es dari langit, (yaitu) dari (gumpalan-gumpalan awan seperti) gunung-gunung, maka

-

² Pamungkas, "Akibat Guyuran Hujan, Kecamatan Padang Cermin Terendam Banjir." Kupas Tuntas. https://www.kupastuntas.co/2018/10/30/akibat-guyuran-hujan-kecamatan-padang-cermin-terendam-banjir/. (7 September 2019 pukul 10.54).

ditimpakan-Nya (butiran-butiran) es itu kepada siapa yang dikehendaki-Nya dan dipalingkan-Nya dari siapa yang dikehendaki-Nya. Kilauan kilat awan itu hampir-hampir menghilangkan penglihatan.³

Dari ayat diatas dijelaskan bahwa didalam Al-Quran sejak abad 14 yang lalu sudah diberi informasi tentang lapisan atmosfer serta fenomena cuaca. Info ini yang memunculkan ilmu meteorologi modern yang kita kenal saat ini. Akan tetapi, di luar kode-kode ilmiah ini, ada satu hal yang harus diperhatikan. Artinya, semua yang diciptakan-Nya telah diatur sedemikian rupa, dan tidak ada kekuatan lain yang mampu mengubahnya selain Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*.

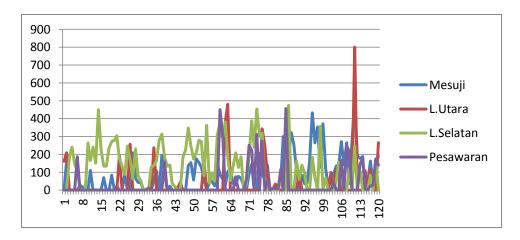
Seperti yang kita ketahui bahwa curah hujan di Kabupaten Mesuji, Kabupaten Pesawaran, Kabupaten Lampung Utara, dan Kabupaten Lampung Selatan sangat beragam, sehingga akan berisiko terjadinya bencana alam. Lee tahun 2007 mendefinisikan resiko bencana alam merupakan kerugian yang ditimbulkan dari bencana alam seperti terjadinya banjir yang diakibatkan oleh curah hujan ekstrim, dimana kejadiannya tidak terjadi secara periodik tetapi sulit untuk diprediksi kapan tepatnya akan terjadi. Untuk dapat mengetahui curah hujan ekstrim di Kabupaten Mesuji, Kabupaten Pesawaran, Kabupaten Lampung Utara, dan Kabupaten Lampung Selatan, salah satu metode statistika yang dapat

³Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahannya*.(Bandung:CV Penerbit Jakarta, 2004).h.27

⁴Anggraini dan Wijaya, "Obligasi Bencana Alam dengan Suku Bunga Stokastik dan Pendekatan Campuran." Jurnal Pendidikan Matematika,no.1(2016):49-62

digunakan metode *Peaks Over Threshold* (POT) yang mengikuti distribusi *Generalized Pareto* (GP).

Berikut adalah data curah hujan perbulan dari tahun 2009-2018 di 4 kabupaten.



Gambar 1.1 Curah Hujan Bulanan Kabupaten Mesuji, Kabupaten Pesawaran, Kabupaten Lampung Utara, dan Kabupaten Lampung Selatan Tahun 2009-2018.

Gambar 1.1 menunjukkan bahwa terdapat peningkatan maupun penurunan curah hujan karena disetiap bulan mengalami indikator curah hujan yang berbeda-beda. Data tersebut bisa dijadikan acuan untuk dapat mengetahui curah hujan ekstrim pada bulan kemudian indikatornya yang berbeda-beda.

Observasi ini diperkuat dengan adanya penelitian sebelumnya, ada beberapa penelitian tentang Model GP dan Model POT. Tahun 2016 Achi Rinaldi dengan judul sebaran *Generalized Extreme Value* (GEV) dan *Generalized Pareto* (GP) untuk pendugaan curah hujan ekstrim di wilayah DKI Jakarta. Hasil penelitian menggunakan sebaran *Generalized Extreme Value* (GEV)dan

Generalized Pareto (GP) sama, namun penelitian ini di fokuskan dengan menggunakan model Generalized Pareto (GP). Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui mana daerah yang berpeluang banjir. Dari penelitian ini, Analisis data untuk setiap stasiun memiliki nilai parameter bentuk, berarti fungsi peluangnya sama untuk setiap stasiun dan memiliki titik ujung kanan yang tak terhingga. Dari keduanya dapat disimpulkan bahwa, memang daerah yang berpeluang banjir adalah daerah Tanjung Priok. Sedangkan yang berpeluang kecil terjadi banjir di Stasiun Kemayoran. Terdapat perbedaan dalam penelitian yg akan di lakukan yaitu peneliti menentukan parameter skala dan bentuk menggunakan MLE mengikuti sebaran Generalized Pareto (GP) dan data curah hujan dari BMKG Lampung dengan bentuk bulanan. Sedangkan dalam penelitian Achi Rinaldi dilakukan penelitian menggunakan dua distribusi umum yaitu GEV dan GP, dan data yang di gunakan bentuk tahunan.

Selain peneliti yang dilakukan oleh Achi Rinaldi, Tahun 2018 Tia Fitria Saumi melakukan penelitian tentang *Generalized pareto* (GP) dengan judul Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di Kabupaten Indramayu Menggunakan Sebaran Pareto Terampat (*Generalized Pareto Distribution*). Model POT menghasilkan pendugaan curah hujan ekstrim terbaik. Pendugaan curah hujan ekstrim terbaik berdasarkan nilai ambang tersebut adalah sebesar 305.51 yang akan terjadi pada 1

_

⁵Rinaldi, "Sebaran Generalized Extreme Value (GEV) dan Generalized Pareto (GP) untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di Wilayah DKI Jakarta." Jurnal Pendidikan Matematika,no.1(2016):75-84

Juli 2008 – 31 juni 2009.⁶ Ada perbedaan dalam penelitian yang akan di lakukan yaitu peneliti menggunakan MLE untuk menentukan nilai parameter skala dan bentuk yang mengikuti sebaran *Generalized Pareto* (GP), dan data yang digunakan curah hujan di 4 titik stasiun BMKG Provinsi Lampung. Peneliti sebelumnya menggunakan periode waktu selama 12 bulan, pada penelitian ini periode waktu yang digunakan selama tahun 2009-2018 dalam hitungan bulan selama 120 untuk 4 titik.

Selanjutnya tahun 2003 Ani Shabri melakukan penelitian tentang penggunaan *Generalized Pareto* (GP) dalam menganalisis nilai ekstrim banjir menggunakan *Peaks Over Threshold* (POT). Dalam penelitian ini metode Am sering di gunakan untuk analisis frekuensi banjir. POT digunakan juga sebagai alternatif dari Am. Salah satu kesulitan dari POT adalah pemilihan thresholdnya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model POT lebih efesien dari pada model Am dalam menentukan nilai ekstrim. Perbedaan dengan penelitian yang akan di lakukan yaitu peneliti menggunakan MLE untuk menghitung nilai parameter bentuk dan skala dari sebaran *Generalized Pareto* (GP), menggunakan data curah hujan (2009-2018). Sedangkan dalam penelitian Ani Shabri menggunakan model POT dan Am dalam pemilihan nilai threshold. Estimasi parameter GPD menggunakan metode *Probability Weighted Moment* (PWM) dengan nilai

_

⁶ Tia Fitria Saumi, "Pendugaan Curah Hujan Ekstrim Di Kabupaten Indramayu Menggunakan Sebaran Pareto Terampat (Generalized Pareto Distribution)."Jurnal Logika,no.2 (2018):145-150

⁷ Shabri, "Penggunaan Taburan Pareto Umum Dalam Menganalisis Nilai Ekstrim Banjir Menggunakan Siri Aliran Puncak Melebihi Paras." Jurnal Teknologi Malaysia,39©(2003):43-52

threshold yang sudah diketahui. data yang di gunakan data aliran sungai Melaka (1980-2000).

Selain peneliti yang di lakukan oleh Ani Shabri, tahun 2017 Muhammad Aslam Mohd Safari dan Wan Zawiah Wan Zin melakukan penelitian tentang pemodelan statistic terbaik untuk pemantauan kualitas udara di lembah klang (modelling of probability distributions of extreme particulate matter in klang valley). Dalam penelitian ini berdasarkan hasil Mean Squared Error (MSE), ditemukan bahwa distribusi non parametrik adalah distribusi terbaik untuk data PM10 esktrim. ⁸ Ada perbedaan pada penelitian yang akan di lakukan yaitu peneliti akan menentukan parameter bentuk dan skala yang mengikuti sebaran Generalized Pareto (GP). Nilai parameter bentuk dan skala tersebut untuk menentukan kejadian yang rawan dengan banjir. Data yang di gunakan curah hujan di 4 titik statisun BMKG Provinsi Lampung. Sedangkan penelitian Muhammad Aslam Mohd Safari penellitian ini bertujuan untuk mewakili untuk salah satu polutan udara yaitu partikel dengan diameter lebih kecil dari 10 mikrometer (PM10). Data dari enam stasiun pemantauan kualitas udara di Lembah Klang (2009-2011). Untuk menentukan nilai ekstrim PM10 digunakan Maximum bulanan dan POT, menggunakan distribusi Generalized Extreme Value (GEV) dan Generalized Pareto (GP). Penelitian ini menggunakan metode estimasi parameter L-moment dan Anderson Darling Uji Goodness Of Fit untuk mengidentifikasi distribusi parametrik terbaik. Estimasi Kepadatan Kernel (KDE)

⁸ Mohd Safari dan Wan Zin, "Pemodelan Distribusi Generalized Pareto Menggunakan Nilai Tertinggi di Lembah Klang." jurnal Sains Malaysia, 46(6)(2017):989-999.

untuk pendekatan non-parametrik digunakan untuk menentukan distribusi terbaik untuk PM10.

Berdasarkan latar belakang yang sudah di paparkan, maka peneliti tertarik melakukan penelitian yang berjudul," *Generalized Pareto* Untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di 4 Stasiun BMKG Provinsi Lampung". Model yang digunakan untuk mendapatkan nilai ambang ialah *Peaks Over Threshold* (POT). Data yang berada diatas nilai ambang di sesuaikan dengan *Generalized Pareto* (GP) untuk mendapatkan estimasi parameter skala (σ) dan bentuk (θ) dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Perhitungan dengan bantuan software R 3.5.1.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, peneliti dapat mengidentifikasi masalah pada penelitian yaitu:

- Curah hujan di 4 titik stasiun BMKG Provinsi Lampung sangat bervariasi.
- 2. Curah hujan bisa dimodelkan dengan *Generalized Pareto* (GP) dan *Generalized Extreme Value* (GEV).
- 3. Potensi banjir yang sering terjadi di Kabupaten Pesawaran.

C. Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya masalah yang akan diteliti maka peneliti membatasi masalah sebagai berikut:

 Data yang digunakan adalah data curah hujan terhitung bulanan dari Januari 2009 sampai Desember 2018 untuk 4 stasiun BMKG yaitu Kabupaten Mesuji, Lampung Utara, Lampung Selatan, dan Mesuji.

- 2. Model yang digunakan adalah *Peak Over Threshold* (POT) mengikuti distribusi *Generalized Pareto* (GP).
- 3. Mengestimasi parameter skala dan bentuk untuk distribusi *Generalized*Pareto (GP) menggunakan Maximum Likelihood Estimation (MLE).

D. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah diatas, maka bisa dirumuskan rumusan masalah antara lain:

- 1. Apakah data curah hujan yang di pakai mengikuti sebaran *Generalized*Pareto (GP)?
- 2. Bagaimana mengestimasi parameter bentuk dan skala sebaran Generalized Pareto dengan Maximum Likelihood Estimation (MLE) untuk data curah hujan?
- 3. Daerah mana dari 4 kabupaten yang memiliki curah hujan tertinggi dan terendah berdasarkan perhitungan data?

E. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

- 1. Mengetahui data curah hujan yang di pakai mengikuti sebaran Generalized Pareto (GP).
- 2. Mendapatkan estimasi parameter bentuk dan skala secara *Generalized*Pareto menggunakan MLE untuk data curah hujan.
- 3. Mengetahui daerah mana dari 4 kabupaten yang memiliki curah hujan tertinggi dan terendah berdasarkan perhitungan data.

F. Manfaat Penelitian

1. Manfaat bagi Peneliti:

Bagi peneliti dengan adanya model yang digunakan untuk menambah wawasan bagi peneliti tentang bagaimana menduga curah hujan ekstrim dengan Generalized Pareto, serta mempermudah peneliti lain yang ingin menggunakan model serupa dan sebagai bahan rujukan oleh peneliti selanjutnya untuk menentukan model yang lebih efektif.

2. Manfaat bagi Jurusan Pendidikan Matematika:

Untuk mengetahui sejauh mana kemampuan mahasiswa pendidikan matematika dalam menerapkan ilmu statistika yang telah didapatkan selama perkuliahan serta menambahkan referensi dosen maupun mahasiswa dalam meningkatkan proses belajar mengajar.

3. Manfaat bagi UIN Raden Intan

Dengan adanya penelitian ini agar dapat dijadikan sebagai bahan studi kasus bagi pembaca dan acuan bagi mahasiswa serta dapat memberikan bahan referensi bagi pihak perpustakaan.

4. Manfaat bagi Masyarakat:

Memberikan informasi kepada masyarakat mengenai perubahan iklim pada data curah hujan ekstrim Kabupaten Mesuji, Kabupaten Pesawaran, Kabupaten Lampung Utara, dan Kabupaten Lampung Selatan.

5. Manfaat bagi BMKG

Dengan adanya penelitian ini diharapkan dapat membantu pihak BMKG Masgar Lampung dalam membuat perencanaan guna untuk

mengetahui curah hujan ekstrim khususnya wilayah Kabupaten Mesuji, Kabupaten Pesawaran, Kabupaten Lampung Utara, dan Kabupaten Lampung Selatan.

BAB II LANDASAN TEORI

Berikut ini akan disajikan beberapa definisi, konsep dan teori yang berkaitan dan berhubungan dengan yang akan diteliti untuk memberikan kekuatan teoritas dalam mendukung pelaksanaan penelitian. Mengingat *Generalized Pareto* untuk menentukan curah hujan ekstrim memerlukan teori yang kuat maka diperlukan berbagai sumber belajar baik teori maupun fakta yang tersistematis. Berikut paparan beberapa definisi, konsep dan fakta yang berkaitan dengan penelitian, yaitu:

A. Distribusi Pareto

Distribusi Pareto berasal dari nama seorang ekonom yaitu Vilfredo Pareto tahun 1848-1923, yang mengamati bahwa 80% kekayaan di Milan dimiliki oleh hanya 20% dari penduduknya. Distribusi Pareto disebut juga dengan distribusi *power law*. Yosef tahun 2005 mengartikan seandainya sebuah kumpulan data mempunyai distribusi *power-law*, maka di katakan bahwa data-data tersebut tidak sensitif terhadap rata-rata atau standar deviasi dari data tersebut atau dengan kata lain, data itu tidak bersifat acak.

Arnold tahun 2004 mendifinikan bahwa Distribusi pareto merupakan model distribusi peluang dari suatu variabel kontinu. Distribusi pareto umumnya dipakai di bidang sosial, politik, ekonomi, asuransi, bisnis. Salah satu contoh penerapannya adalah dalam mempelajari karakteristik iklim ekstrim dan terjadinya perubahan iklim. Jamilah

Firdaus & Sugiarto, S., tahun 2014 menyatakan bahwa Distribusi Pareto sering digunakan dipersoalan uji hidup, misal mengukur suatu umur komponen dari waktu yang ditentukan sampai tua (rusak).

Misal suatu peubah acak *X* berdistribusi *Pareto* maka fungsi distribusi kumulatifnya dinyatakan sebagai berikut:

$$F_{x}(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x_{0}}{x}\right)^{\theta}, & x \ge x_{0} \\ 0, & x < x_{0} \end{cases}$$
 (2.1)

Misal suatu peubah acak X berdistribusi Pareto maka fungsi kepadatan peluangnya dinyatakan sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\theta}{x_0} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\theta+1}, & \theta > 0, x_0 > 0, x > x_0 \\ 0, & selainnya \end{cases}$$
 (2.2)

Teori peluang yang merupakan cabang matematika yang bersangkutan dengan peluang, analisis fenomena acak, objek-objek utama. 9 Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa f(x) merupakan fungsi peluang.

Bukti:

$$f(x) = \lim_{b \to \infty} \int_{x_0}^{b} \frac{\theta}{x_0} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\theta + 1} dx$$

$$= \lim_{b \to \infty} \frac{\theta}{x_0} \cdot x_0^{\theta+1} \int_{x_0}^b \left(\frac{1}{x}\right)^{\theta+1} dx$$

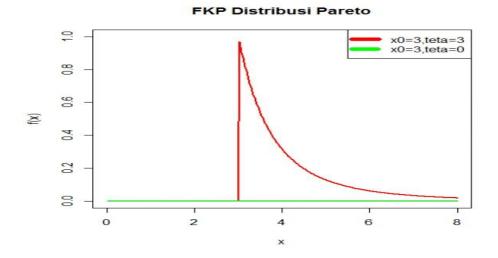
-

⁹Anggoro, "Sejarah Teori Peluang dan Statistika." Jurnal Pendidikan Matematika,no.1(2015):13-24

$$= \lim_{b \to \infty} \theta x_0^{\theta} \int_{x_0}^b (x)^{-(\theta+1)} dx$$

$$= \lim_{b \to \infty} \theta \cdot x_0^{\theta} \cdot \frac{1}{-(\theta+1)+1} (x)^{-(\theta+1)+1} \int_{x_0}^b (x)$$

Berikut ini grafik fungsi kepadatan peluang Distribusi Pareto:



Gambar 2.1 Grafik Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Pareto.

Gambar 2.1 menunjukkan grafik berwarna merah menyatakan parameter lokasi $x_0 = 3$ dan parameter bentuk $\theta = 3$ sedangkan grafik berwarna hijau menyatakan parameter lokasi $x_0 = 3$ dan parameter bentuk $\theta = 0$. Sesungguhnya pada grafik berwarna merah, f(x) bernilai 0 dari x = 0 sampai dengan x = 3 kemudian menjadi garis vertikal dan menurun seperti grafik fungsi logaritma. Sedangkan grafik hijau menyatakan bahwa grafik fungsi kepadatan peluang akan bernilai 0 konstan saat parameter bentuk θ bernilai 0.

B. Generalized Pareto (GP)

Dalam statistika, *Generalized Pareto* 2-Parameter merupakan keluarga distribusi peluang kontinu. *Generalized pareto* 2-Parameter mempunyai dua parameter yaitu parameter skala σ (dibaca: sigma) dan parameter bentuk θ (dibaca: tetha). *Generalized Pareto* digunakan untuk memodelkan nilai-nilai ekstrim dari peubah acak x yang melebihi ambang batas u yang cukup tinggi. u

Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi *Generalized Pareto* sebagai berikut:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\theta x}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right)} & \text{, untuk } \theta \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right) & \text{, untuk } \theta = 0 \end{cases}$$
 (2.3)

¹⁰Estiningrum, Rusgiyono, dan Wilandari, "Aplikasi Metode Puncak Ambang Batas Menggunakan Pendekatan Distribusi Pareto Terampat Dan Estimasi Parameter Momen -L Pada Data Curah Hujan (Studi Kasus: Data Curah Hujan Kota Semarang Tahun 2004-2013)."Jurnal GAUSSIAN. No.1.2015. h.142.

Fungsi Kepekatan Peluang Generalized Pareto yaitu:

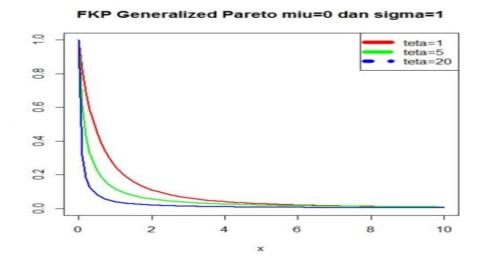
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} exp\left(1 + \frac{\theta}{\sigma}x\right)^{\frac{-1}{\theta-1}}, \theta \neq 0\\ \frac{1}{\sigma} exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right), \theta = 0 \end{cases}$$
 (2.4)

Ket:*x* : nilai amatan

 θ : Parameter bentuk distribusi Pareto

σ : Parameter skala distribusi Pareto

Berikut ini grafik fungsi kepadatan peluang Generalized Pareto:



Gambar 2.2 Grafik fungsi kepadatan peluang Distribusi

Generalized Pareto

Gambar 2.2 menunjukkan bahwa grafik fungsi kepadatan peluang Distribusi *Generalized Pareto* dengan $\sigma = 1$. Garis merah menyatakan

nilai $\theta=1$, garis hijau menyatakan nilai $\theta=5$, dan garis biru menyatakan nilai $\theta=20$. Dapat dilihat pada gambar bahwa setiap kenaikan nilai θ , grafik semakin bergeser ke kiri. Karena θ merupakan parameter bentuk maka semakin besar nilai θ maka grafik semakin melandai. Sebaliknya, semakin kecil nilai θ maka grafik semakin melebar.

Generalized Pareto mempuyai tiga tipe distribusi, diantaranya adalah: Tipe 1 menyatakan bahwa jika $\theta=0$ maka distribusi tersebut eksponensial. Tipe 2 menyatakan jika $\theta>0$ maka distribusi tersebut bernilai Pareto, dan tipe 3 apabila $\theta<0$ maka berdistribusi Beta. Semakin besar nilai θ maka distribusi akan memiliki ekor yang semakin gemuk. Sehingga peluang terjadinya nilai ekstrim pun semakin besar. Apabila $\theta<0$, maka peristiwa tersebut mempunyai shorttail serta jika $\theta>0$ maka peristiwa tersebut mempunyai $long\ tail.^{11}$

C. Peaks Over Threshold (POT)

Kejadian ekstrim memberikan pengaruh yang signifikan terhadap kehidupan manusia. Contoh dari kejadian ekstrim yaitu badai, gelombang panas,banjir, musim kemarau yang berkepanjangan dan lain-lain. Fenomena kejadian ekstrim seperti curah hujan ekstrim adalah sifatnya yang kompleks dan sulit ditebak. Fenomena kejadian ekstrim merupakan fenomena yang sangat langka sehingga mengakibatkan ketersediaan data

_

¹¹Rinaldi, "Sebaran Generalized Extreme Value (GEV) dan Generalized Pareto (GP) untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di Wilayah DKI Jakarta." (Bandar Lampung UIN Raden Intan),h.78-79.

juga sangat minim. Penggunaan teori nilai ekstrim merupakan alat yang tepat untuk menyesuaikan keterbatasan data yang ada. Fisher dan Tippett tahun 1928 memperkenalkan teori mengenai sebaran nilai ekstrim, kemudian Gnedenko tahun 1943 mengembangkan teori sebaran ekstrim dengan membuktikan secara matematis bahwa dalam kondisi tertentu keluarga sebaran dari Gumbel, Frechet, dan Weibull dapat mendekati sebaran dari nilai ekstrim untuk contoh acak.

Kejadian ekstrim identik dihubungkan dengan suatu kejadian yang bersifat merusak atau merugikan kehidupan manusia, contohnya: tsunami, banjir, gelombang panas, hujan badai, dan gempa bumi. Fenomena kejadian ekstrim biasanya memiliki sifat yang kompleks, sulit diprediksi, dan memiliki intensitas yang tidak teratur. Salah satu pendekatan yang digunakan untuk menduga kejadian ekstrim adalah dengan sebaran Generalized Extreme Value (GEV). ¹² Meskipun memiliki ketepatan pendugaan yang baik, metode ini membutuhkan data yang cukup banyak.¹³ Rinaldi (2016) menggunakan sebaran GEV untuk menduga curah hujan ekstrim di wilayah Konsep pendugaan Jakarta. nilai ekstrim dikembangkan dengan memodelkan secara spasial hingga terbentuk suatu zona khusus curah hujan ekstrim di Jawa Barat¹⁴

_

¹² Achi Rinaldi, Djuraidah, Wigena, Mangku, Gunawan,"Penerapan Sebaran Generalized Extreme Value (GEV) untuk menduga kejadian ekstrim" Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Vol.2. No.1. 2019

¹³ Achi Rinaldi, "Pengembangan ModelSpatio_temporal Conditional Autoregressive Untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di Wilayah Jawa Barat [Disertasi]".Bogor:ITB,2018.

¹⁴ Achi Rinaldi,"Spatial Extreme Models With Copula to determine extreme rainfall zone",Applied Mathematical Scienses, 2017, 1327-1336.

Pada model peristiwa tinggi Saat ini di kenal terdapat 2 pendekatan yang sering dipaki di model peristiwa tinggi ialah metode *Block Maxima* (BM) dan metode *Peak Over Threshold* (POT). Metode BM merupakan metode yang mengidentifikasi nilai tinggi lewat nilai maksimum dari data pemantauan yang digolongkan disuatu blok tertentu. Pendekatan ini hanya membuahkan 1 nilai tinggi di tiap blok, sedangkan metode POT merupakan pendekatan yang mengidentifikasi nilai tinggi lewat data pemantauan yang melampaui suatu nilai batas tertentu. Sehingga pada metode POT akan dihasilkan satu atau lebih nilai tinggi pada suatu blok tertentu. Pendekatan POT ini memberikan solusi dari segi keefisienan dari data karena lebih banyak data yang terambil sehingga bisa digunakan untuk memodelkan nilai ekstrim sekalipun data yang dipunyai jumlahnya sangat terbatas.

Pemodelan menggunakan metode POT mengandung tiga komponen, yaitu:

1. Penentuan nilai ambang.

Untuk mendapatkan nilai ekstrim dengan metode *Peak Over Threshold*, terlebih dahulu menentukan nilai ambang sebagai nilai acuan. Nilai ambang adalah nilai awal pada ekor sebaran yang memenuhi sebaran nilai ekstrim. Penentuan nilai ambang dilakukan untuk pengambilan data ekstrim, notasi yang digunakan untuk nilai ambang yaitu *u*. Jika nilai ambang (*u*) terlalu rendah maka data yang melampaui nilai ambang (*u*) akan menghasilkan penduga yang bias. Disisi lain, jika nilai ambang (*u*) yang dipilih

terlalu tinggi maka tidak akan cukup data untuk menduga model, sehingga menghasilkan ragam yang besar. akibatnya, diharuskan suatu metode dalam memilih nilai ambang (u) untuk meminimumkan bias dan keragaman tersebut. *Mean Residual Life Plot* (MRLP) merupakan salah satu metode untuk menentukan nilai ambang (u). Pemilihan titik pada MRLP sebagai nilai ambang batas (u_0) adalah dengan cara melihat nilai u yang mendekati linier. Metode MRLP didasarkan pada rata-rata nilai ekstrim, jika x menyebar GP dengan parameter σ (dibaca: sigma) dan θ (dibaca: theta), maka

$$E(X) = \frac{\sigma}{1-\theta} \tag{2.5}$$

Ket: E(X): Nilai rata-rata

 σ : Parameter Skala.

 θ : Parameter Bentuk.

Jika sebuah model valid untuk u_0 maka untuk u lebih dari u_0 model juga akan valid. Rataan untuk kedua kasus tersebut dapat dihubungkan sebagai berikut:

¹⁵Kinanti, "Statiscal Downscaling Dengan Sebaran Pareto Terampat Untuk Prediksi Curah Hujan Ekstrim (Studi kasus curah hujan kabupaten Indramayu tahun 1979-2008)."Skripsi :Institut Pertanian Bogor, 2016.h6-7.

$$e(u_0) = E(X - u_0 | X > u_0) = \frac{\hat{\sigma}_{u_0}}{(1 - \theta)}$$
 (2.6)

$$e(u) = E(X - u|X > u) = \frac{\hat{\sigma}_u}{(1 - \theta)}$$
 (2.7)

$$= \frac{\left(\hat{\sigma}_{u_0} + \theta(u - u_0)\right)}{(1 - \theta)} \tag{2.8}$$

Oleh karena itu e(u) = E(X - u | X > u) adalah fungsi linier dari u. Berdasarkan hasil ini, maka prosedur untuk menentukan nilai ambang (u) dapat dijelaskan sebagai berikut:

- 1) Urutkan data yang melampaui nilai ambang (u) yaitu $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n_u}$.
- Membuat MRLP dengan koordinat yang mewakili sebagai berikut:

Misal x(1), ..., x(k) adalah pengamatan yang melebihi nilai ambang batas u sebanyak k, dan x_{max} adalah nilai maksimum dari x(i), maka titik-titik untuk plot MRLP adalah

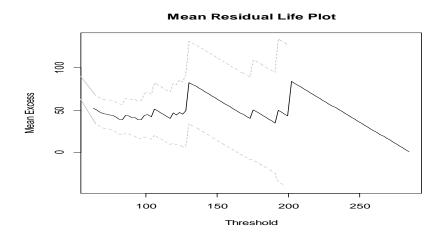
$$\left\{ \left(u, \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} (x_i - u)\right) : u < x_{max} \right\}$$
 (2.9)

dengan n_u banyaknya amatan yang melampaui nilai u.

Identifikasi titik amatan yang berada diluar garis lurus.
 Kemudian pilih nilai ambang (u).

Contoh 1:

Berikut diberikan grafik *Mean Residual Life Plot* (MRLP) curah hujan maksimum pertahun di Tanggerang :



Gambar 2.3 Grafik MRLP Curah Hujan Maksimum Pertahun di Tanggerang.

Gambar 2.3 menunjukkan cara menentukan nilai ambang menggunakan grafik MRLP. Pada grafik tersebutnilai u mendekati linear ke bawah sampai nilainya sekitar 60, kemudian grafiknya agak melonjak naik turun saat sekitar nilai tersebut. Maka curah hujan di Tanggerang memiliki nilai ambang 60 mm, nilai ambang ini digunakan untuk pengambilan data tinggi. Semakin tinggi nilai ambang maka data ekstrim akan semakin mengikuti distribusi *Generalized Pareto*.

2. Banyaknya kejadian nilai yang melebihi ambang.

Banyaknya kejadian nilai yang melebihi ambang di lihat dari contoh 1 dengan nilai ambang yang sudah ditentukan yaitu 60, menghasilakan sekitar 30 data yang nilainya melebihi ambang batas.

3. Nilai-nilai yang melebihi ambang memiliki sebaran GP.

Mallor et al. tahun 2009 menyatakan bahwa jika pengambilan nilai tinggi didapat pada nilai yang melewati ambang u, x - u > 0 akan mengikuti sebaran *Generalized Pareto*.

D. Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Maximum Likelihood Estimation (MLE) merupakan metode estimasi yang paling populer dan banyak digunakan oleh peneliti di Generalized Pareto. Maximum Likelihood Estimation (MLE) merupakan salah satu metode estimasi yang memaksimumkan fungsi likelihood untuk mendapatkan estimasi parameternya. MLE akan menghasilkan estimasi parameter yang terbaik (unbiased) apabila data yang digunakan memenuhi asumsi sebaran normal. MLE adalah metode yang memenuhi sifat penduga yang baik, yaitu tak bias dan efisien. Langkah-langkah menggunakan MLE untuk mengestimasi parameter sbb:

- 1. Fungsi Kepekatan Peluang (fkp)
- 2. Persamaan Fungsi *Likelihood*
- 3. Ln Fungsi Likelihood
- 4. Turunan dari ln Likelihood

Persamaan fungsi likelihood sebagai berikut.

$$L(\theta, \sigma | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{x} f(\theta, \sigma, x_i)$$
(2.10)

Persamaan fungsi ln likelihood sebagai berikut.

$$\ln L(\theta, \sigma | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{x} f(\theta, \sigma, x_i)$$
(2.11)

2.1. Estimasi parameter untuk distribusi GP dengan MLE

2.1.1 *Probability density* GP untuk $\theta \neq 0$

Cara melakukan estimasi parameter Generalized Pareto untuk $\theta \neq 0$ menggunakan Maksimum Likelihood Estimation (MLE) sebagai berikut.

1. Mengambil n sampel random.

Fungsi *Likelihood* didapatkan dari perkalian *probability density* function sampel random.

2. Fungsi Kepekatan Peluang

$$(x; \theta, \sigma) = \frac{1}{\sigma} exp\left(1 + \frac{\theta}{\sigma}x\right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1}, untuk \theta \neq 0$$
 (2.12)

3. Membuat fungsi likelihood.

Fungsi *likelihood* dari *probability density Generalized Pareto* (GP) untuk $\theta \neq 0$ adalah sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta}{\sigma} x \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1}$$

$$f(x_i) = \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1}$$

$$Lf(x_i; \sigma, \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1}$$

$$= \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_1}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1} \cdot \frac{1}{\sigma} e \left(1 + \frac{\theta x_2}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{$$

 $\left(\frac{\theta x_3}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right)-1}$, ..., $\frac{1}{\sigma}e\left(1+\frac{\theta x_n}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right)-1}$

$$= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n e \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{\theta_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\theta}\right) - 1}$$
 (2.13)

4. Memaksimumkan fungsi *likelihood* dengan membuat ln dari fungsi *likelihood*.

Fungsi ln *likelihood* dari persamaan 2.13 di dapatkan sebagai berikut:

$$L\left(\theta,\sigma|x_1,x_2,\dots,x_n\right) = \sigma^{-n} \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\theta}+1\right)}$$

$$\ln L\left(\theta, \sigma | x_1, x_2, \dots, x_n\right) = \ln \left(\sigma^{-n} \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\theta} + 1\right)}\right)$$

$$= \ln \sigma^{-n} + \sum_{i=1}^{n} \ln \left(1 + \frac{\theta_i}{\sigma} \right)^{-\left(\frac{1}{\theta} + 1\right)}$$
$$= -n \ln \sigma - \left(\frac{1}{\theta} + 1\right) \sum_{i=1}^{n} \ln \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right)$$
(2.14)

 Mendapatkan persamaan turunan pertama dari fungsi ln likelihood terhadap parameter-parameternya.

Cara berikutnya sesudah memperoleh fungsi In likelihood ialah memperoleh turunan pertama terhadap parameternya yaitu θ dan σ .

Turunan terhadap θ dan σ

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{\partial \left(-n \ln \sigma - \left(\frac{1}{\theta} + 1\right) Ln \ \sum_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma}\right)\right)}{\partial \theta}$$

Turunan $-n \ln \sigma$ terhadap θ adalah 0, karena tidak ada θ sehingga $-n \ln \sigma$ dianggap seperti konstanta.

Turunan
$$-\left(\frac{1}{\theta}+1\right)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+\frac{\theta x_{i}}{\sigma}\right)$$
 terhadap θ

Misal:

$$u = -\left(\frac{1}{\theta} + 1\right)$$

$$u' = \frac{1}{\theta^2}$$

$$v = \sum_{i=1}^{n} \ln \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{1+\frac{\theta x_i}{\sigma}}\cdot\frac{x_i}{\sigma}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma}{\sigma + \theta x_i} \cdot \frac{x_i}{\sigma}$$

$$v' = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\sigma + \theta x_i}$$

Turunan $-n \ln \sigma$ terhadap σ

$$uv = u'v + uv'$$

$$=0\pm n\frac{1}{\sigma}$$

$$=-n\sigma^{-1}$$

Turunan
$$-\left(\frac{1}{\theta}+1\right)\sum_{i=1}^{n}\ln\left(1+\frac{\theta x_{i}}{\sigma}\right)$$
 terhadap σ

u'=0, karena tidak terdapat σ , sehingga dianggap konstanta, dan turunan konstanta adalah 0

$$v' = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1 + \frac{\theta x_i}{\sigma}} \cdot \frac{\theta x_i}{\theta^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma}{\sigma + \theta x_i} \cdot \frac{\theta x_i}{\sigma^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i}{\sigma + \theta x_i} \cdot \frac{1}{\sigma}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i \cdot \sigma^{-1}}{\sigma + \theta x_i}$$

Sehingga:

$$uv = u'v + uv'$$

$$= 0 - \left(\frac{1}{\theta} + 1\right) \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i \sigma^{-1}}{\sigma + \theta x_i}$$
$$= -\left(\frac{1}{\theta} + 1\right) \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i \sigma^{-1}}{\sigma + \theta x_i}$$

Jadi:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \partial \left(-n \ln \sigma - \left(\frac{1}{\theta} + 1 \right) \sum_{i=1}^{n} \ln \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right) \right)
= \frac{1}{\theta^2} \ln \sum_{i=1}^{n} \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right) - \left(\frac{1}{\sigma} + 1 \right) \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{\sigma + \theta x_i} \right)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{\partial \left(-n \ln \sigma - \left(\frac{1}{\theta} + 1 \right) \sum_{i=1}^{n} \ln \left(1 + \frac{\theta x_i}{\sigma} \right) \right)}{\partial \sigma}$$

$$= -n \sigma^{-1} - \left(\frac{1}{\theta} + 1 \right) \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i \sigma^{-1}}{\sigma + \theta x_i}$$

$$= \sigma^{-1} \left(-n - \left(\frac{1}{\theta} + 1 \right) \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i}{\sigma + \theta x_i} \right)$$

$$= \sigma^{-1} \left(-n - \left(\frac{1 + \theta}{\theta} \right) \sum_{i=1}^{n} \frac{\theta x_i}{\sigma + \theta x_i} \right)$$

$$= \sigma^{-1} \left(-n - \left(1 + \theta \right) \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\sigma + \theta x_i} \right)$$

$$= \sigma^{-1} \left(-n - \left(1 + \theta \right) \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\sigma + \theta x_i} \right)$$

$$(2.16)$$

6. Nilai estimasi di dapatkan apabila persamaan turunan pertama membentuk persamaan *closed form*.

Kemudian membikin persamaan turunan pertama jadi persis dengan nol sampai terbentuk persamaan yang *closed* form guna memperoleh estimasi parameter sebagai berikut.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} ln\left(1 + \frac{\hat{\theta}x_i}{\hat{\sigma}}\right)}{(1+\hat{\theta})\sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{\hat{\sigma} + \hat{\theta}x_i}} \hat{\sigma} = \frac{(1+\hat{\theta}-n\hat{\theta})\sum_{i=1}^{n} x_i}{n^2}$$
(2.17)

Persamaan 2.17 merupakan persamaan yang tidak *closed form* sebab masih ada parameter didalam persamaan akhirnya. Metode newton Raphson adalah salah satu jawaban persamaan yang tidak tidak *closed form*. Pemakaian metode Newton Raphson dilaksanakan dengan melaksanakan iterasi-iterasi sampai diperoleh hasil yang konvergen. Persamaan umum Newton Raphson sebagai berikut.

$$\theta_{i+1} = \theta_i - g(\theta_i)H^{-1}(\theta_i) \tag{2.18}$$

Ket: θ_i : vektor yang elemennya berisi $\hat{\theta}_0$ dan $\hat{\sigma}_0$.

 $\hat{\sigma}_0$: didekati dengan standard deviasi data esktrim.

 $g(\theta)$ adalah vektor gradien berukuran 1×2 dengan 2 adalah jumlah parameter. $g(\theta)$ berisi turunan pertama *probability density* function GP terhadap parameternya. $H(\theta)$ adalah matriks Hessian berukuran $p \times p$ yang berisi turunan kedua terhadap parameter.

Langkah-langkah mengestimasi menggunakan *Newton Raphson* sebagai berikut.

1. Membuat matriks $g(\theta)$ yang berisi turunan pertama fungsi ln *likelihood*.

Matriks $g(\theta)$ yang berisi turunan pertama fungsi In *likelihood* sebagai berikut.

$$g(\theta) = \left[\frac{\partial lnL}{\partial \theta} \frac{\partial lnL}{\partial \sigma}\right] \tag{2.19}$$

2. Mendapatkan turunan kedua dari fungsi ln *likelihood* terhadap masing-masing parameternya.

$$H(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta^2} & \frac{\partial \ln L}{\partial \theta \partial \sigma} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta \partial \sigma} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \sigma^2} \end{bmatrix}$$
(2.20)

3. Membuat matriks *Hessian* dimana diagonal utamanya berisi turunan kedua dari fungsi ln *likelihood*.

Berikut ini adalah bentuk matrik *Hessian* dimana diagonal utamanya berisi turunan kedua dari fungsi ln *likelihood* sebagai berikut.

$$\frac{\partial^{1} lnL}{\partial \theta^{2}} - 2\theta^{-2} \left[\theta \sum_{l=1}^{n} \frac{x_{1}}{\sigma + \theta x_{1}} - \sum_{l=1}^{n} ln \left(1 + \frac{\theta x_{1}}{\sigma} \right) \right] + \left(1 + \frac{1}{\theta} \right) \sum_{l=1}^{n} \frac{x_{1}^{2}}{(\sigma + \theta x_{l})^{2}}$$
(2.21)

$$\frac{\partial^2 lnL}{\partial \sigma^2} = \sigma^{-2} \left[n - (1+\theta) \sum_{i=1}^n \frac{x_i (2\sigma + \theta x_i)}{(\sigma + \theta x_i)^2} \right]$$
(2.22)

$$\frac{\partial^2 lnL}{\partial \theta \partial \sigma} = \theta^{-1} \left[(1+\theta) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{(\sigma + \theta x_i)^2} - \sigma^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma + \theta x_i} \right]$$
(2.23)

4. Melakukan iterasi hingga menemukan θ_1 , θ_2 , ...yang konvergen.

Iterasi Newton Raphson diawali dengan menentukan nilai θ_0 . θ_0 merupakan vektor yang elemennya berisi $\hat{\theta}_0$ dan $\hat{\theta}_0$. Hasil substitusi dijadikan sama dengan nol. Estimasi awal parameter bentuk sebagai berikut.

$$\hat{\theta}_0 \approx \frac{n^2 s - \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^x x_i - n \sum_{i=1}^n x_i}$$
 (2.24)

Iterasi berhenti apabila $|\theta_{n+1} - \theta_n| < \varepsilon$.

Nilai estimasi diperoleh jikalau persamaan turunan pertama membentuk persamaan yang *closed form*. Apabila persamaan yang terbentuk tidak *closed form* maka dibutuhkan analisis numerik lanjutan untuk penyelesaiannya. Fungsi peluang bersama $x_1, x_2, ..., x_n$ merupakan cara kerja memaksimumkan fungsi *likelihood*.

2.1.2 Probability Density Function GP untuk $\theta = 0$ dengan MLE

Cara melakukan estimasi parameter *Generalized Pareto* untuk $\theta=0$ menggunakan *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE) sebagai berikut.

1. Mengambil n sampel random.

Fungsi *Likelihood* didapatkan dari perkalian *probability density* function sampel random.

2. Fungsi Kepekatan Peluang (Fkp)

$$f(x;\sigma) = \frac{1}{\sigma} exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right), untuk \theta = 0$$
 (2.25)

3. Membuat Fungsi Likelihood

$$f(x,\sigma) = e^{-\frac{x_1}{\sigma}} e^{-\frac{x_2}{\sigma}}, \dots, e^{-\frac{x_n}{\sigma}}$$

$$= e^{-\frac{x_1}{\sigma}} + e^{-\frac{x_2}{\sigma}} + \dots + e^{-\frac{x_n}{\sigma}}$$

$$= e^{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma}}$$
(2.26)

$$f(x,\sigma)=f(x_1,x_2,\dots,x_n$$

$$=\frac{1}{\sigma}e^{\frac{-x_1}{\sigma}}.\frac{1}{\sigma}e^{\frac{-x_2}{\sigma}},...,\frac{1}{\sigma}e^{\frac{-x_n}{\sigma}}$$

$$= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n e^{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma}} \tag{2.27}$$

$$L(\sigma|x_1, x_2, \dots, x_n) = \left(\frac{1}{\sigma}\right)^n e^{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma}}$$
(2.28)

4. Memaksimumkan fungsi likelihood dengan membuat ln dari fungsi likelihood.

Fungsi ln likelihood dari persamaan di atas di dapatkan sebagai berikut.

$$\ln l\left(\sigma|x_{1}, x_{2}, \dots, x_{n}\right) = \ln\left(\frac{1}{\sigma^{n}} e^{-\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{i}}{\sigma}}\right)$$

$$= \ln\left(\sigma^{-n} + \ln e^{-\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_{i}}\right)$$

$$= \ln \sigma^{-n} + \ln e^{-\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_{i}}$$

$$= n \ln \sigma - \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_{i} \qquad (2.29)$$

 Mendapatkan persamaan turunan pertama dari fungsi ln likelihoodterhadap parameter-parameternya

Estimasi parameter skala di peroleh dengan membuat persamaan turunan pertama fungsi ln likelihood menjadi sama dengan nol.

$$\frac{d \ln L \left(\sigma | x_1, x_2, \dots, x_n\right)}{d\sigma} = \frac{d(-n \ln \sigma - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_i)}{d\sigma}$$

$$\frac{d \ln L \left(\sigma | x_1, x_2, \dots, x_n\right)}{d\sigma} = \frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{d \ln L \left(\sigma | x_1, x_2, \dots, x_n\right)}{d\sigma} = 0$$

$$\frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$-n\sigma + \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$n\sigma = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sigma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\hat{\sigma} = \bar{x}$$
(2.30)

E. Pemeriksaan Model Menggunakan Plot Kuantil-Kuantil

Jika sebuah model valid untuk nilai u_0 maka untuk u lebih dari u_0 model akan valid juga. pengecekan valid atau tidaknya nilai u yang sudah ditentukan, bisa dilaksanakan dengan melihat kekonsistenan nilai dugaan parameter θ dan σ . Plot kuantil-kuantil bisa dipakai guna melihat

kekonsistenan nilai dugaan parameter atau kevalidan model untuk nilai u yang dipilih. Plot kuantil-kuantil berguna untuk memeriksa kesesuaian pola sebaran data terhadap sebaran teoritik dengan membandingkan antara kuantil yang didasarkan pada data atau kuantil empirik dengan kuantil dari sebaran tertentu. 16 Cara-cara guna membikin plot kuantil yaitu:

- 1. Urutkan data menjadi $x_1, ..., x_k$, dengan x_1 data terkecil, x_i data urutan ke-i dan x_k data terbesar.
- 2. Untuk setiap x_i tetapkan nilai p_i , dengan $p_i = i/(k+1)$. (2.31)
- 3. Selanjutnya membuat plot kuantil dengan rumus sebagai berikut:

$$(H^{-1}(p_i), y_i) (2.32)$$

Dengan dan persamaan H^{-1} dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$H^{-1} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\theta} ((1-p)^{-\theta} - 1), \theta \neq 0 \\ -\sigma \log(1-p), \theta = 0 \end{cases}$$
 (2.33)

Misalkan plot kuantil yang berbentuk membentuk garis lurus maka dapat ditarik kesimpulan bahwa data sesuai dengan sebaran teoritiknya.

F. Curah Hujan

Curah hujan merupakan ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, tidak meresap, dan tidak

.

¹⁶ Aunuddin, *Rancangan dan Analisis Data*.Bogor:IPB Press.

mengalir. Di indonesia Satuan curah hujan selalu dinyatakan dalam satuan milimeter atau inchi. Curah hujan dalam 1 (satu) milimeter memiliki arti dalam luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air setinggi satu milimeter atau tertampung air sebanyak satu liter.

Intensitas curah hujan adalah jumlah curah hujan dalam suatu satuan waktu tertentu, yang biasanya dinyatakan dalam mm/jam, mm/hari, mm/tahun, dan sebagainya yang berturut-turut sering disebut hujan jam-jaman, hujan harian, hujan tahunan, dan sebagainya. Biasanya data yang sering digunakan untuk analisis adalah nilai maksimum, minimum dan nilai rata-ratanya.¹⁷

G. Software R

R adalah suatu bahasa komputer dan lingkungan pemograman interaktif guna analisis data serta grafik. Bahasa R ialah bahasa tingkat tinggi untuk komputasi. Bahasa R memungkinkan kita guna menghitung, melihat data dan program secara interaktif dengan umpan balik yang cepat sehingga memungkinkan kita untuk belajar memahami tentang data.

Tujuan utama dari lingkungan R adalah untuk memungkinkan dan mendorong terciptanya analisis data yang baik. Untuk mencapai tujuan ini, R:

 Memberikan fasilitas-fasilitas umum dan mudah digunakan untuk organisasi, penyimpanan data dan pemanggilan data.

¹⁷Fanny Prawaka, Analisis Data Curah Hujan Yang Hilang Dengan Menggunakan Metode Normal Ratio, Inversed Square Distance, Dan Rata-Rata Al Jabar (Studi Kasus Curah Hujan Beberapa Stasiun Hujan Daerah bandar Lampung). Skripsi Fakultas Teknik Universitas Lampung (2016):5-6.

- 2. Memberikan teknik-teknik komputasi dan metode-metode numerik.
- Memungkinkan membuat fungsi-fungsi sesuai dengan keinginan pemakai.
- 4. Memberikan cara interaktif, informatif dan fleksibel untuk memandang data.

R dapat digunakan pada berbagai bidang seperti analisis keuangan, penelitian statistika, manajemen, akademis, matematika, grafik dan analisis data.

3.1 Kelebihan Dan Kekurangan R

Ada beberapa alasan lain untuk lebih memilih menggunakan R daripada perangkat lunak statistik komersial, yaitu:

3.4.1 Kelebihan

- a. Portabilitas. Jika memilih perangkat lunak ini, pengguna (user)
 bebas untuk mempelajari dan menggunakannya sampai kapan pun.
- b. Multiplatform.R merupakan sistem operasi *multiplatfrom*, lebih kompatibel daripada perangkat lunak statistik mana pun yang pernah ada. Dengan demikian, jika pengguna mmeutuskan untuk berpindah sistem operasi, penyesuaiannya akan relatif lebih mudah untuk dilakukan.
- c. Umum dan berada di barisan terdepan.
- d. Bisa diprogram.
- e. Bahasa berbasis analisis matriks.

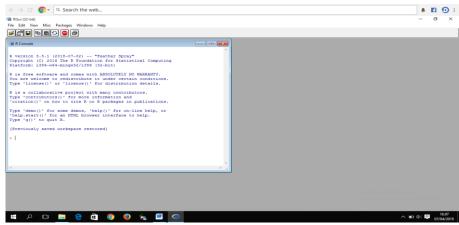
f. Fasilitas grafik yang relatif baik. 18

3.4.2 Kelemahan

- a. Tidak user friendly.
- Bagaimana menggunakan suatu fungsi dapat membuat kita frustasi.
- Mudah membuat kesalahan, error sudah menjadi hal yang biasa.
- d. Penyiapan data dapat menjadi suatu yang sulit.¹⁹

3.2 Menjalankan R

Berikut tampilan dari program R version 3.5.1:



Gambar 2.4 Tampilan Awal Program R

Gambar 2.4 memperlihatkan tampilan awal dari program R, di dalam menu bar terdapat beberapa fungsi, untuk dapat menjalankan program maka perlu diinstall perintah-perintah yang akan dipakai.

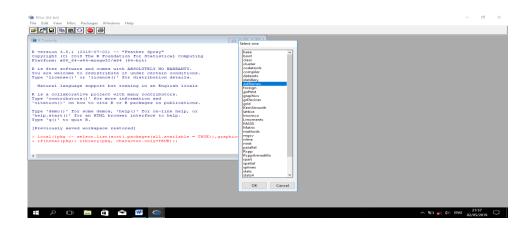
Berikut cara menginstall fungsi package/library pada R:

¹⁸Dedi Rosadi, *Analisis Ekonometrika Runtun Waktu Terapan dengan R*.(Yogyakarta:C.V ANDI, 2010),h.2-3.

¹⁹ Yudiantri Asdi, *Pengenalan Software R.*"

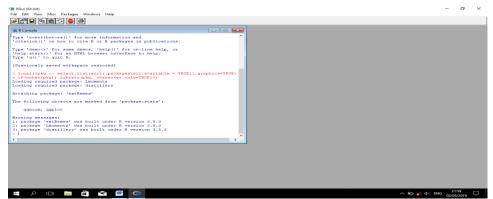
Klik package, install packages(s), pilih Indonesia (jika ada)
 kemudian OK, pilih semua package pada console yang tampil, lalu
 Ok.Kemudian tunggu beberapa waktu sampai semua package
 terinstall setelah sukses program bisa digunakan.

Berikut cara untuk menjalankan Package yang akan dipakai untuk model Generalized Pareto:



Gambar 2.5 Package extRemes

Gambar 2.5 menjelaskan cara untuk mencari package extRemes, Klik package, Load Package, kemudian pilih lmomco lalu OK. Berikut tampilan package extRemes:



Gambar 2.6 Package extRemes

Gambar 2.6 memperlihatkan tampilan dari packageextRemes maka package extRemes sudah berfungsi didalam jendela program R. Package extRemes menyediakan fungsi analisis pada nilai-nilai ekstrem dari suatu proses interes, baik itu memblokir maxima pada blok panjang atau ekses pada ambang tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustina, Deka, Bambang Sri Anggoro, dan Dian Anggraini. "Optimasi Penjualan Laptop Asus dan Acer dengan Metode Simpleks," t.t., 8.
- Anggoro, Bambang Sri. "Sejarah Teori Peluang dan Statistika." *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika* 6, no. 1 (16 Juni 2015): 13–24. https://doi.org/10.24042/ajpm.v6i1.55.
- Anggraini, Dian, dan Yasir Wijaya. "Obligasi Bencana Alam dengan Suku Bunga Stokastik dan Pendekatan Campuran." *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika* 7, no. 1 (16 Juni 2016): 49–62. https://doi.org/10.24042/ajpm.v7i1.130.
- Aunuddin, Aunuddin. Rancangan dan Analisis Data. Bogor:IPB Press, 2005. Bogor.
- "Daftar 20 Kota Rawan Banjir di Indonesia." MSN. Diakses 7 September 2019. https://www.msn.com/id-id/berita/other/daftar-20-kota-rawan-banjir-di-indonesia/ar-BBPdnwm.
- Dedi Rosadi. *Analisis Ekonometrika Runtun Waktu Terapan dengan R.* Yogyakarta: C.V ANDI OFFSET, 2010.
- Departemen Agama RI, Departemen Agama RI. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung: Jakarta, 2004.
- Estiningrum, Tyas, Agus Rusgiyono, dan Yuciana Wilandari. "Aplikasi Metode Puncak Ambang Batas Menggunakan Pendekatan Distribusi Pareto Terampat Dan Estimasi Parameter Momen -L Pada Data Curah Hujan (Studi Kasus: Data Curah Hujan Kota Semarang Tahun 2004-2013)" 4, no. 1 (2015): 10.
- Fanny Prawaka, Fanny Prawaka. Analisis Data Curah Hujan Yang Hilang Dengan Menggunakan Metode Normal Ratio, Inversed Square Distance, Dan Rata-Rata Al Jabar (Studi Kasus Curah Hujan Beberapa Stasiun

- Hujan Daerah bandar Lampung). Skripsi Fakultas Teknik Universitas Lampung, 2016.
- Kinanti, Shynde Limar. "Statiscal Downscaling Dengan Sebaran Pareto Terampat Untuk Prediksi Curah Hujan Ekstrim (Studi kasus curah hujan kabupaten Indramayu tahun 1979-2008)," 2016, 53.
- Malika, Rosna, dan Jl Arief Rahman Hakim. "Declustering Peaks Over Threshold Pada Data Curah Hujan Ekstrim Dependen di Sentra Produksi Padi Jawa Timur," t.t., 7.
- Mohd Safari, Muhammad Aslam, dan Wan Zawiah Wan Zin. "Pemodelan Taburan Kebarangkalian Zarah Terampai Melampau di Lembah Klang." *Sains Malaysiana* 46, no. 6 (30 Juni 2017): 989–99. https://doi.org/10.17576/jsm-2017-4606-19.
- Pamungkas, Sigit. "Akibat Guyuran Hujan, Kecamatan Padang Cermin Terendam Banjir." *Kupastuntas.co* (blog), 30 Oktober 2018. https://www.kupastuntas.co/2018/10/30/akibat-guyuran-hujan-kecamatan-padang-cermin-terendam-banjir/.
- Rinaldi, Achi. "Aplikasi Model Persamaan Struktural Pada Program R (Studi Kasus Data Pengukuran Kecerdasan)." *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika* 6, no. 1 (14 Juni 2015): 1–12. https://doi.org/10.24042/ajpm.v6i1.56.
- Rinaldi, Achi. Pengembangan Model Spatio-Temporal Conditional Autoregressive Untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di Wilayah Jawa Barat [disertasi]. IPB: Bogor. 2018.
- Rinaldi, Achi. "Penerapan Sebaran Generalized Extreme Value (Gev) untuk Menduga Kejadian Ekstrim." *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Vol. 2. No. 1. 2019.
- Rinaldi, Achi "Sebaran Generalized Extreme Value (GEV) dan Generalized Pareto (GP) untuk Pendugaan Curah Hujan Ekstrim di Wilayah DKI Jakarta." *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika* 7, no. 1 (16 Juni 2016): 75–84. https://doi.org/10.24042/ajpm.v7i1.137.

- Rinaldi, A., Djuraidah, A., Wigena, A. H., Mangku, I. W., & Gunawan, D. (2017). Spatial extreme models with copula to determine extreme rainfall zone. *Applied Mathematical Sciences*, 11(27), 1327-1336.
- Saumi, Tia Fitria. "Pendugaan Curah Hujan Ekstrim Di Kabupaten Indramayu Menggunakan Sebaran Pareto Terampat (Generalized Pareto Distribution)." *Jurnal Logika* 8, no. 2 (2018): 145–50.
- Shabri, Ani. "Penggunaan Taburan Pareto Umum Dalam Menganalisis Nilai Ekstrim Banjir Menggunakan Siri Aliran Puncak Melebihi Paras." *Jurnal Teknologi* 39, no. 1 (20 Januari 2012): 43–52. https://doi.org/10.11113/jt.v39.454.
- Sugiyono. *Metode Penelitian & Pengembangan Research and Development*. Bandung: Alfabeta, 2015.
- ——. Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D. Bandung: Alfabeta, 2012.
- Supriadi, Nanang. "Pemodelan Matematika Premi Tunggal Bersih Asuransi Unit Link Syariah." *Al-Jabar : Jurnal Pendidikan Matematika* 8, no. 2 (19 Desember 2017): 165. https://doi.org/10.24042/ajpm.v8i2.1883.

Yudiantri Asdi, M.Sc. "Pengenalan Software R," t.t. Jakarta: 2017.