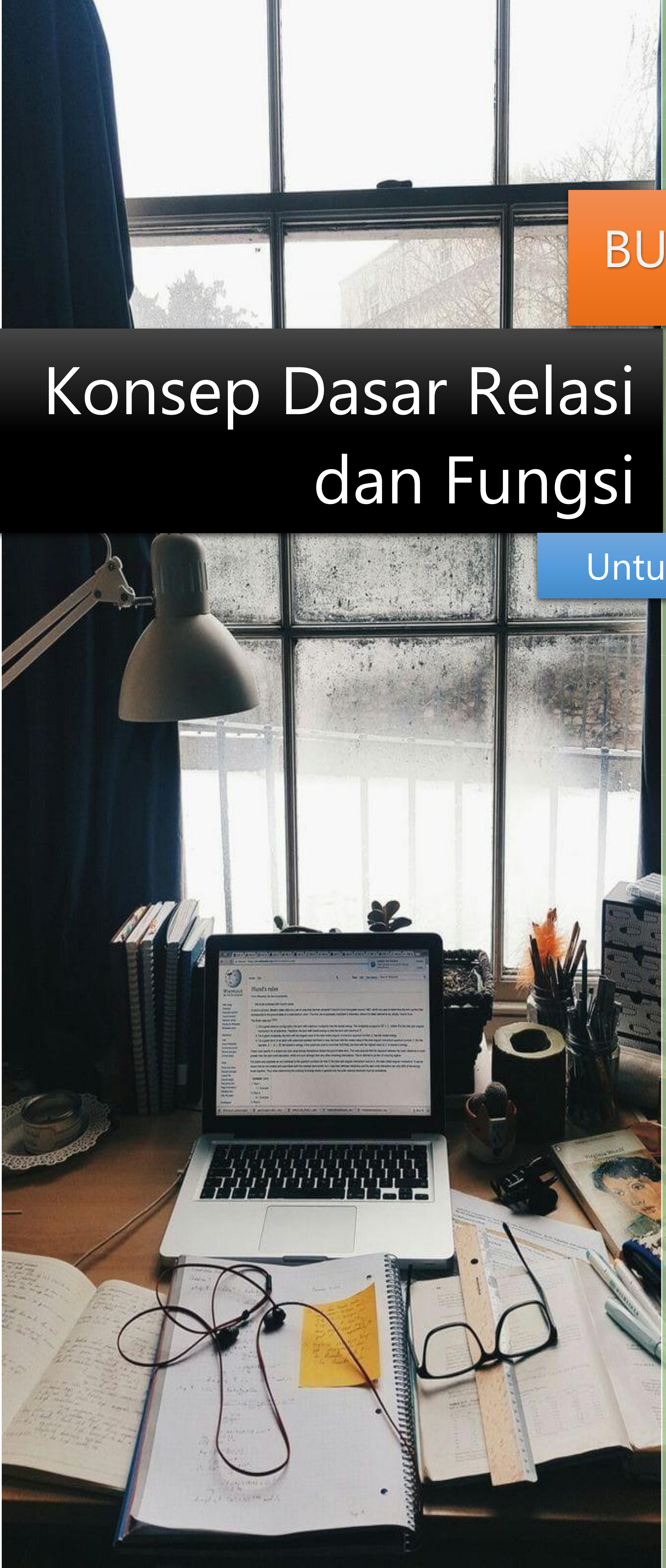
BUKU MATEMATIKA

Konsep Dasar Relasi dan Fungsi

Untuk SMA dan Sederajatnya



M . Reza Firdaus

Rizki Wahyu Yunian Putra. M.Pd.

Abi Fadila. M.Pd.

ABSTRAK

Tujuan pengembangan buku ini yaitu agar dapat digunakan oleh pendidik maupun peserta didik dalam upaya memudahkan proses pembelajaran siswa SMA/MAN kelas X dan sederajatnya pada materi Konsep Relasi dan Fungsi. Pendidikan adalah usaha yang dilakukan secara sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana dan proses pembelajaran baik, agar terciptanya peserta didik yang aktif dengan potensi spiritual keagamaan, pengendalian, kepribadian, kecerdasan, dan akhlak yang baik. Media adalah salah satu sarana yang dibutuhkan serta digunakan dalam kegiatan pendidikan. Buku adalah salah satu media pembelajaran yang mampu digunakan untuk meningkatkan potensi peserta didik. Penyampaian materi pada buku ini dibuat dengan bahasa yang baik, sopan, dan mendidik.

Buku ini bertujuan untuk meningkatkan kemampuan peserta didik dalam proses belajar agar peserta didik dapat belajar secara mandiri. Buku ini dilengkapi dengan soal dan pembahasan yang mudah untuk dipahami oleh peserta didik.

Kata Kunci : Matematika, SMA, Konsep Dasar Relasi dan Fungsi

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama (*)	: M. Reza Firdaus
Alamat	: Perum Korpri Blok C9 No 1
NIK	: 1871022502970002
Telp./HP	: 083113152904

menyatakan dengan sesungguhnya, bahwa:

Judul	: Konsep Dasar Relasi dan Fungsi
Penulis (**)	: 1. M. Reza Firdaus 2. Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd 3. Abi Fadila, M.Pd

adalah benar merupakan karya asli yang dibuat untuk diterbitkan dan disebarluaskan secara umum, melalui:

Penerbit	: Edupedia Publisher
Alamat	: Blok Salasa RT 004/RW 005, Ds. Trajaya, Kec. Palasah, Kab. Majalengka

Demikian surat ini dibuat dengan sebenar-benarnya serta akan menjadi pertanggungjawaban kami jika terdapat penyalahgunaan dan akibat yang ditimbulkannya.

Bandar Lampung, 12 Juli 2023

Penanggung jawab Penerbit,	Penulis,
EDUPEDIA PUBLISHER	10000 METERAI TEMPEL 8626AAKX457514645
(Nia Kania)	(M. Reza Firdaus)

Catatan:

* Cantumkan nama penulis pertama

** Cantumkan nama semua penulis

KEMENTERIAN AGAMA
UIN RADEN INTAN LAMPUNG
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
Alamat: Jl. Letkol H. Endro Suratmin Sukarame Bandar Lampung Telp. (0721) 703260

PERSETUJUAN

Judul Skripsi	**: Konsep Dasar Relasi dan Fungsi**
Nama	**: M Reza Firdaus**
NPM	**: 1611050406**
Jurusan	**: Pendidikan Matematika**
Fakultas	**: Tarbiyah dan Keguruan**

MENYETUJUI

Untuk dimunaqosyahkan dan dipertahankan dalam Sidang
Munaqosyah Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
UIN Raden Intan Lampung

Pembimbing I	**Pembimbing II**
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd.	**Abi Fadila, M.Pd.**
NIP. 198906052015031004	**NIP.**

Mengetahui
Ketua Jurusan Pendidikan Matematika

Dr. Bambang Sri Anggoro, M.Pd
NIP. 198402282006041004

Scanned by TapScanner

KEMENTERIAN AGAMA
UIN RADEN INTAN LAMPUNG
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
Alamat: Jl. Letkol H. Endro Suratmin Sukarame Bandar Lampung Telp. (0721) 703260

PENGESAHAN

Skripsi dengan judul : **Konsep Dasar Relasi dan Fungsi,** disusun oleh: **M Reza Firdaus**, NPM. **1611050406**, Jurusan **Pendidikan Matematika** telah diujikan dalam sidang Munaqasyah Fakultas Tarbiyah dan Keguruan pada hari/tanggal: **Senin, 19 Juni 2023, pukul 10:00-12:00 WIB**

TIM MUNAQASYAH

Ketua	**: Dr. Bambang Sri Anggoro, M.Pd.**	(........................)
Sekretaris	**: Siti Ulfa Nabila, M.MAT.**	(........................)
Penguji Utama	**: Siska Andriani, S.SI., M.Pd.**	(........................)
Penguji Pendamping I	**: Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd.**	(........................)
Penguji Pendamping II	**: Abi Fadila, M.Pd.**	(........................)

Mengetahui,
Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan

Prof. Dr. Hj. Nirva Diana, M.Pd.
NIP. 196408281988032002

Scanned by TapScanner

DAFTAR ISI

RELASI DAN FUNGSI

I. Konsep Relasi

A. Pengertian Relasi

Pengertian Relasi adalah suatu menyatakan hubungan atau kaitan yang khas antara 2 himpunan. Dua himpunan dapat dikatakan memiliki relasi jika ada anggota himpunan yang saling berpasangan.

B. Bentuk Relasi

Dalam pengertian relasi antara dua himpunan tersebut dapat dinyatakan dengan tiga cara yaitu dengan diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram kartesius.

Relasi dari himpunan A ke himpunan B dinyatakan sebagai $R: A \to B$ adalah aturan yang menhubungkan

$a \in A\ dengan\ b \in B.$

1. Diagram Panah

Diagram panah adalah diagram yang membentuk pola dalam bentuk arah panah dari suatu relasi, yang menyatakan hubungan antara anggota himpunan A dengan anggota himpunan B.

2. Himpunan Pasangan Berurutan

Himpunan pasangan ini dapat dinyatakan dengan menggabungkan pasangan himpunan A dengan himpunan B secara berurutan atau berturut-turut.

3. Diagram Cartesius

Diagram Cartesius adalah bentuk skematik yang terdiri dari sumbu X dan Y yang mewakili 2 himpunan pasangan terurut yang menghubungkan himpunan A dan Himpunan B, ditulis dalam bentuk titik.

Untuk memahami arti dari hubungan ini, amati contoh berikut.

Contoh 1.1

Dalam rangka memperingati HUT RI ke-68 di Kabupaten Lampung, SMA Al-Azhar 3 Bandar Lampung mengirimkan siswanya untuk bertanding tenis, bola voli, sepak bola, bulu tangkis, tenis meja, dan catur antar siswa SMA. 6 siswa/siswi berpartisipasi dalam kompetisi (Udin, Joko, Dayu, Siti, Beni dan Tono). Saat menentukan lomba yang diikuti enam siswa, pihak sekolah memilih dua alternatif. Kedua opsi tersebut adalah:

1. Udin mengikuti permainan tenis dan bola voli, Joko mengikuti permainan bulu tangkis, Dayu mengikuti permainan catur, Siti mengikuti permainan bola voli, Beni mengikuti permainan tenis meja dan Tono mengikuti permainan meja. pertandingan tenis.

2. Dayu dan Siti bermain bola voli, Joko dan Udi bermain sepak bola, Tono bermain tenis meja, dan Ben bermain catur.

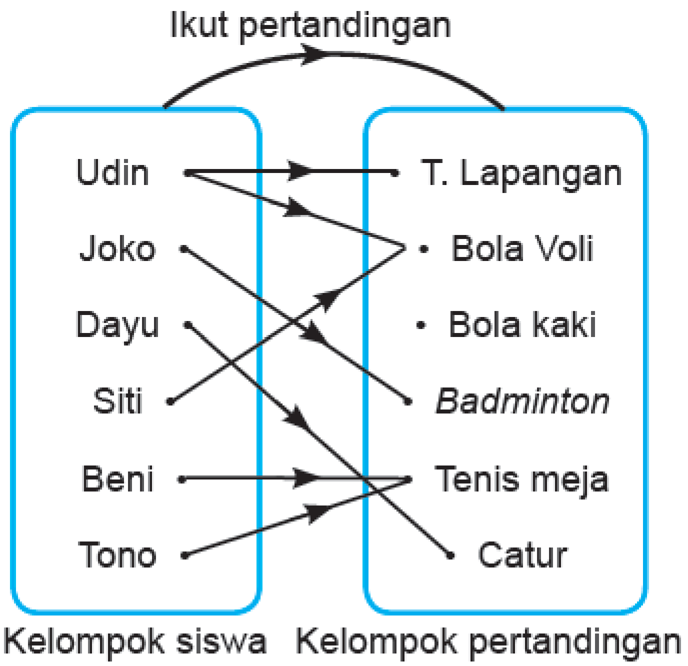
Jika pilihan sekolah adalah item satu, cocokkan siswa/siswi sesuai dengan jenis kompetisi yang mereka ikuti menggunakan diagram panah, pasangan berurutan, dan diagram Cartesius.

Penyelesaian

Pemeahan masalah disajikan sebagai berikut.

1) Menggunakan pemilihan target(1) yang menghasilkan pasangan siswa berikut dengan jenis aplikasi berikut.

   a. Diagram Panah

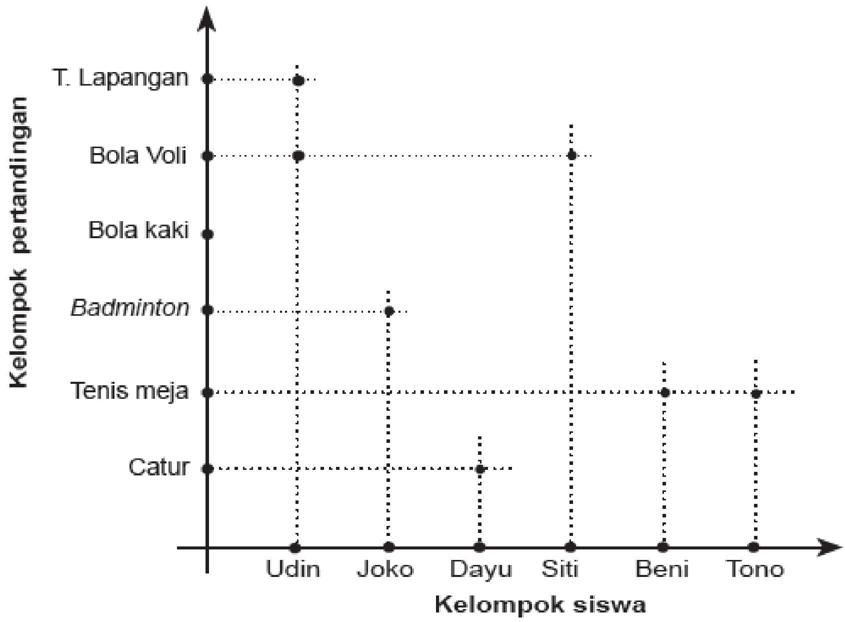


Gambar 1.1 Pasangan siswa/siswi dengan permainan berikutnya.

   b. Himpunan Pasangan Berurutan

   Himpunan pasangan terurut: (Udin, tenis), (Udin, voli), (Joko, bulu tangkis), (Dayu, catur), (Siti, voli), (Beni, tenis meja), (Tono, tenis meja).

c. Diagram Cartesius



Gambar 1.2 Deskripsi pasangan siswa/siswi yang sesuai dengan jenis kompetisi selanjutnya.

2) Sebagai latihan, analogi dengan poin (1), pasangan siswa mengikuti semacam perlombaan dimana poin (2) digunakan untuk memilih sekolah.

Berdasarkan contoh dan solusi dari permasalahan diatas, dapat ditemukan definisi relasi sebagai berikut.

Definisi 1.1

Misalkan A dan B adalah himpunan. Relasi dari A ke B adalah aturan untuk menghubungkan anggota A ke anggota B.

Contoh 1.2

Salah satu upaya Pemprov DKI Jakarta untuk mengurangi kemacetan adalah menaikkan tarif parkir di sepanjang Jalan Jendral Sudirman di Jakarta. Biaya taman remaja saat ini dapat ditemukan pada tabel dibawah ini.

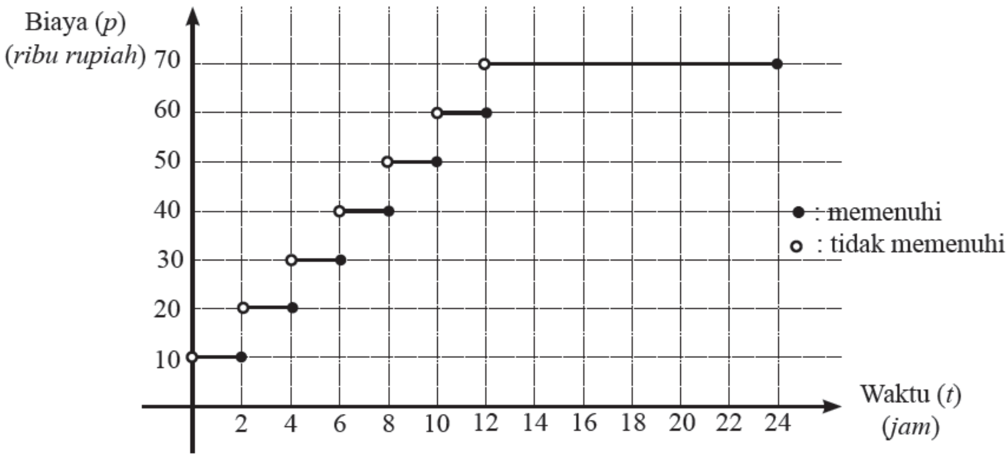
Tabel 1.1 Biaya Parkir

No	Lama waktu (t) (*Dalam satuan jam*)	Biaya Parkir (p) (*Dalam satuan ribu rupiah*)
1	$0 < t \leq 2$	10
2	$2 < t \leq 4$	20
3	$4 < t \leq 6$	30
4	$6 < t \leq 8$	40
5	$8 < t \leq 10$	50
6	$10 < t \leq 12$	60
7	$12 < t \leq 24$	70

Gambarkanlah Plot biaya parkir diatas dalam bentuk grafik Cartesius. Jika seseorang memarkir mobilnya setelah pukul 07:30 WIB hingga 10:00 WIB, berapa tarif parkirnya?

Penyelesaian

Tarif parkir berdasarkan Tabel 1.1 di atas, jika digambarkan dalam grafik cartesius ditunjukkan sebagai berikut.



Gambar 1.3 Biaya parkir per jam

Jika waktu diparkir adalah pukul 07:30 WIB sampai dengan pukul 10:00 WIB maka orang tersebut akan parkir selama 2jam 30menit dan membayar parkir sebesar Rp 20.000,-.

H ubungan antara waktu parkir dan biaya parkir pada **Contoh 1.2** diatas merupakan sebuah contoh relasi.

Mengenai hubungan antara waktu parkir dan biaya pada **contoh 1.2** di atas, dikemukakan sebagai berikut:
Daerah asal : $\{t : 0 < t \leq 24\}$
Daerah kawan : {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70}
Daerah hasil : {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70}

Berdasarkan contoh-contoh diatas, ditemukan definisi daerah asal, daerah kawan, dan daerah hasil sebagai berikut.

Definisi 1.2

Daerah asal atau sering disebut domain relasional, adalah himpunan tidak kosong di mana relasi didefinisikan.

Definisi 1.3

Daerah kawan atau sering disebut kodomain adalah himpunan tidak kosong yang anggotanya memiliki hubungan sesuai dengan relasi yang didefinisikan.

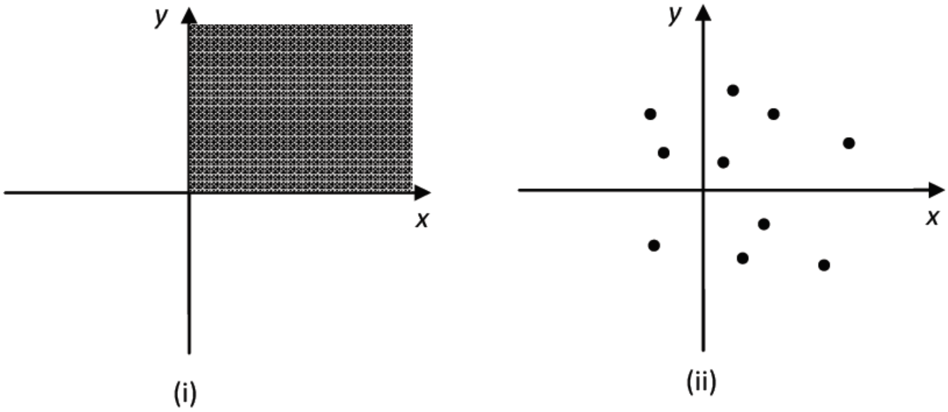
Definisi 1.4

Daerah hasil atau sering disebut domain relasi adalah subhimpunan kodomian yang anggotanya adalah pasangan anggota domain yang memenuhi relasi tertentu.

Untuk lebih memahami definisi tersebut, beri sebuah contoh hubungan yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari.

Hubungan sering dinyatakan dalam bentuk persamaan menggunakan variabel x dan y, misalnya : $y = x + 1$ dan $x = y2$. Nilai x adalah luas yang terkait dan nilai y adalah luas hasil relasi. Pada persamaan $y = x + 1$, jika domain x dibatasi oleh $0 < x \leq 5$, untuk x bilangan rill, maka daerah hasilnya adalah $1 < y \leq 6$.

Namun, tidak semua hubungan dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan. Lihatlah gambar berikut ini.



Gambar 1.4 Macam-macam relasi

Berdasarkan **Gambar 1.4**, dapat diketahui bahwa:

(i) Semua titik pada $x > 0$ dan $y > 0$ adalah contoh relasi.

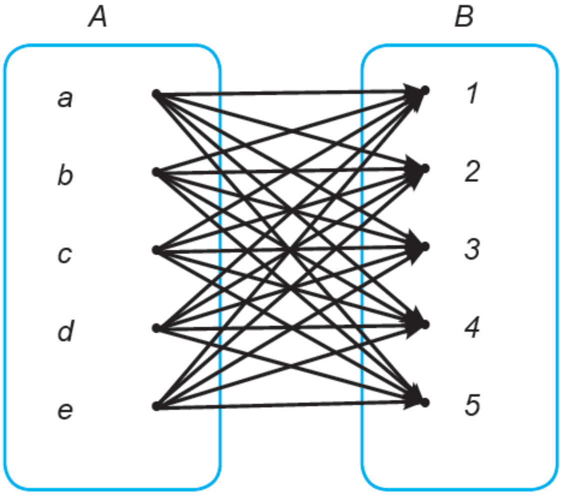
(ii) Sepuluh titik tersebut pada **Gambar 1.4** (ii) merupakan contoh hubungan/relasi.

Contoh 1.3

Diberikan himpunan A = $\{a, b, c, d\}$ dan B = $\{1,2,3,4,5\}$. Pasangkanlah secara terurut setiap anggota himpunan A dengan setiap anggota himpunan B.

Penyelesaian

Pasangan berurutan dari tiap anggota himpunan A dengan setiap anggota himpunan B ditunjukkan pada diagram dibawah ini.



Gambar 1.5 Diagram

Berdasarkan diagram diatas, dapat disimpulkan bahwa banyaknya anggota pasangan berurutan dari himpunan A dan B adalah 5 × 5 = 25 pasang. Pasangan diekspresikan dalam bentuk serial.

$A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,4), (a,5), (b,1), (b,2), (b,3), (b,4), (b,5), \ldots, (d,5)\}$.

Secara umum himpunan pasangan terurut dinyatakan sebagai berikut.

Definisi 1.5

Misalkan A dan B 2 himpunan. Relasi dari A ke B yang memasangkan setiap anggota himpunan A ke setiap anggota himpunan B disebut hasil kali Cartesius A dan B lalu ditulis:

$A\ x\ B = \{(x, y) | x \in A \text{ dan } y \in B\}$.

C. Sifat-sifat Relasi

Perhatikan contoh berikut.

Contoh 1.1

Diketahui R relasi dari himpunan A akan diwakili dengan pasangan terurut

Himpunan *A* : (1, 2, 3, 4)

R = {(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3), (1,4), (2,4), (3,4)}.

Dari relasi diatas tersebut bahwa:

Domain *R* = {1, 2, 3} dan range *R* : (1, 2, 3, 4).

- 1 ∈ Domain *R* dipasangkan kedirinya sendiri. Pasangan terurut (1,1) ∈ *R*.
- 2 ∈ Domain *R* dipasangkan kedirinya sendiri atau 2 pasangan dengan 2. Pasangan terurut (2,2) ∈ *R*.
- 3 ∈ Domain *R* dipasangkan kedirinya sendiri atau 3 pasangan dengan 3. Pasangan terurut (3,3) ∈ *R*.

Karena semua daerah domain R dipasangkan dengan dirinya sendiri, maka relasi R bersifat refleksif.

Bandingkan dengan **Contoh 1.2** berikut.

Contoh 1.2

Diketahui bahwa relasi P berada pada himpunan B dan dinyatakan dengan pasangan terurut:

Himpunan *B* : (3,4,5)

P : {(3,3), (3,4), (4,3), (4,4), (5,3), (5,4)}

Dari hubungan tersebut bahwa:

Domain *P* : {3, 4, 5} dan range *P* : {3, 4}.

- 3 ∈ domain *P* dipasangkan dengan dirinya sendiri atau 3 pasangan dengan 3. Pasangan terurut (3,3) ∈ *P*.

- $4 \in$ domain P dipasangkan dengan dirinya sendiri atau 4 pasangan dengan 4. Pasangan terurut $(4,4) \in P$.
- $5 \in$ domain P tidak dipasangkan dengan dirinya sendiri atau 5 tidak pasangan dengan 5. Pasangan terurut $(5,5) \notin P$.

Karena domain $5 \in P$ ganjil untuk dirinya sendiri yaitu pasangan terurut $(5,5) \notin P$, maka relasi P tidak bersifat refleksif.

1. Sifat Refleksif

Suatu relasi R Himpunan A disebut refleksif jika $(a, a) \in R$ untuk setiap $a \in A$. Dengan kata lain, relasi R pada himpunan A disebut non-refleksif jika terdapat $a \in A$ sehingga $(a,a) \notin R$.

Misalkan R adalah relasi yang didefinisikan pada P. Suatu relasi R disebut refleksif jika $(p, p) \in R$ untuk setiap $p \in P$ valid.

Contoh 1.3

Diketahui himpunan $P = (1, 2, 3)$. Suatu relasi R didefinisikan dalam himpunan P sehingga hasil relasi tersebut adalah himpunan S = {(1,1), (1,2), (2,2), (2,3), (3,3), (3,2)} . Relasi R bersifat refleksif karena setiap anggota himpunan P genap atau berhubungan diri sendiri.

Contoh 1.4

Jika himpunan $Q = \{2, 4, 5\}$. Tentukan relasi R pada himpunan Q, di mana $R = \{(a,b) \mid a$ adalah kelipatan bilangan bulat dari b, di mana $a,b \in Q\}$, yaitu $R = \{(2,2), (4,4), (5,5), (4,2)\}$. Relasi R bersifat refleksif karena setiap anggota himpunan Q genap atau berhubungan diri sendiri.

Contoh 1.5

Diketahui himpunan $C = \{2, 4, 5\}$. Tentukan relasi R pada himpunan C, di mana $R = \{(a,b) \mid a + b < 9$, dimana $a,b \in C\}$, maka $S = \{(2,2), (2,4), (2,5), (4,2), (4,4), (5,2)\}$. Relasi R tidak refleksif karena himpunan C memiliki anggota, yaitu H.5 tidak berhubungan dengan diri sendiri atau $(5,5) \notin R$.

2. Sifat Simetris

Suatu relasi R dimana himpunan A dinamakan bersifat simetri jika $(a,b) \in R$, untuk setiap $a, b \in A$, maka $(b,a) \in R$. Suatu relasi R pada himpunan A dikatakan tidak simetri jika $(a,b) \in R$ sementara itu $(b,a) \notin R$.

Misalkan R suatu relasi dalam himpunan P. Suatu relasi R dikatakan simetris jika $(y, x) \in R$ ada untuk setiap $(x, y) \in R$.

Contoh 1.6

Diketahui himpunan $P = (1,2,3)$. Relasi terdefinisi R pada himpunan P, di mana $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,1), (3,1), (3,3)\}$. Relasi R simetris karena untuk setiap $(x,y) \in R$ berlaku juga untuk $(y,x) \in R$.

Contoh 1.7

Diketahui $A = \{2, 4, 5\}$ adalah tetap. Tentukan relasi R pada himpunan A, di mana $R = \{(x, y) \mid x$ kelipatan y, dengan $x, y \in A\}$, maka $R = \{(2,2), (4,4), (5,5), (4,2)\}$. Relasi R tidak simetris karena $(4,2)$ merupakan anggota dari R tetapi $(2, 4) \notin R$.

3. Sifat Transitif

Dalam relasi R, A disebut transitif jika $(a,b) \in R$ dan $(b,c) \in R$, maka $(a,c) \in R$ untuk semua $a,b,c \in A$.

Misalkan R suatu relasi di P. Suatu relasi R bersifat transitif jika $(x,z) \in R$ terjadi untuk setiap $(x,y) \in R$ dan $(y,z) \in R$.

Contoh 1.8

Diketahui himpunan $P = \{1, 2, 3\}$. Relasi tersebut didefinisikan dalam himpunan P, sehingga hasil relasinya adalah himpunan $R = \{(1,1), (1,2), (2,2), (2,1), (3,3)\}$. Relasi R bersifat transitif, karena $(x,y) \in R$ dan $(y,z) \in R$, maka $(x,z) \in R$.

Contoh 1.9

Diketahui suatu himpunan $C = \{1, 2, 3\}$. Didefinisikan hubungan R dan $R = \{(1,1), (1,2), (2,2), (2,3), (3,3), (3,2)\}$. Relasi R tidak memenuhi sifat transitif karena $(1,1) \in R$ dan $(1,2) \in R$ ada, tetapi $(2,1) \notin R$.

4. Sifat Anti-Simetris

Pada relasi R, himpunan A dikatakan anti-simetris jika untuk setiap $a, b \in A$, $(a, b) \in R$ dan $(b, a) \in R$ hanya jika $a = b$. Perhatikan bahwa istilah simetris dan anti-simetris tidak berlawanan, karena suatu hubungan dapat memiliki kedua karakteristik tersebut secara bersamaan. Akan tetapi, suatu relasi tidak dapat memiliki kedua properti pada saat yang sama jika relasi tersebut berisi beberapa pasangan terurut dalam bentuk (a, b), dimana $a \neq b$.

Misalkan R suatu relasi pada himpunan P. Suatu relasi R dikatakan anti-simetris jika x = y untuk setiap (x, y) ∈ R dan (y, x) ∈ R.

Contoh 2.0

Diketahui himpunan *C* = (2, 4, 5). Tentukan relasi *R* pada himpunan *C*, di mana *R* = {(a,b) ∈ b, a,b ∈ C} adalah kelipatan sehingga *R* = {(2,2), (4,4), (5,5), (4,2)}. Hubungan *R* adalah anti-simetris.

Contoh 2.1

Diketahui S = (1, 2, 3). Tentukan relasi *R* pada himpunan *S*, dengan *R* = {(1,1), (1,2), (2,2), (2,1), (3,3)}. Relasi *R* tidak simetris karena (1,2) ∈ *R* dan (2,1) ∈ *R* ada, tetapi $1 \neq 2$.

Misalkan *R* suatu relasi dalam himpunan *P*. Relasi *R* disebut relasi ekuivalen jika dan hanya jika relasi *R* memenuhi sifat refleksi, simetri, dan transitif.

Contoh 2.2

Diketahui himpunan *P* = (1, 2, 3). Mendefinisikan relasi untuk himpunan *P*, dengan *R* = {(1,1), (1,2), (2,2), (2,1), (3,3)}. Relasi *R* bersifat refleksif, simetris, dan transitif. Dan karena itu relasi R merupakan relasi ekuivalensi.

II. Konsep Fungsi

A. Pengertian Fungsi

Pengertian Fungsi adalah hubungan antara dua himpunan, misalnya himpunan *A* dan himpunan *B*, di mana anggota himpunan *A* dipetakan ke himpunan *B*. Fungsi adalah istilah khusus dalam matematika yang secara tepat menggambarkan unsur-unsur himpunan (domain) asal ke unsur-unsurnya dari daerah kawan (domain kode). Fungsi ini juga dikenal sebagai "pemetaan" karena setiap elemen asal (domain) hanya dipetakan satu kali.

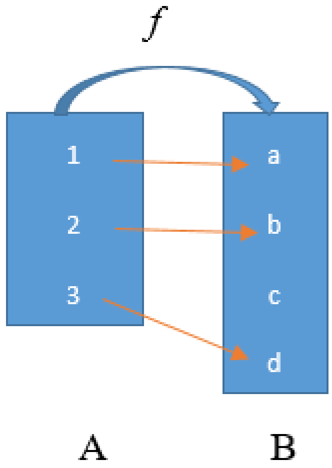
B. Bentuk Fungsi

Karena suatu fungsi adalah relasi khusus, konsep dasar relasi juga berlaku untuk fungsi. Adapun konsepnya, itu tersebut yaitu: *Domain*, *Kodomain*, *Range*, Notasi Fungsi .

- Himpunan Daerah Asal (*Domain*) adalah himpunan pertama yang berhubungan dengan himpunan kedua. Domain dinotasikan sebagai D_f.
- Himpunan Daerah Kawan (*Kodomain*) adalah himpunan lain yang dihubungkan oleh hubungan panah.
- Daerah Hasil (*Range*)adalah elemen dari kodomain memetakan ke elemen domain range tersebut ditandai dengan nama R_f.
- Notasi Fungsi yang dijelaskan dalam diagram fungsi himpunan A ke B dapat dinotasikan sebagai $f: A \to B$.

Untuk memahami bentuk fungsi tersebut, perhatikan contoh berikut ini!

Contoh 1.1



Gambar 1.6 Diagram Panah

- Domain Fungsi : A = { 1, 2, 3}
- Kodomain Fungsi : B = { a, b, c, d}
- Range Fungsi : { a, b, d}
- Notasi Range Himpunan $A \to B$:

  $f: A \to B = \{(1, a), (2, b), (3, d)\}$

C. Sifat-sifat Fungsi

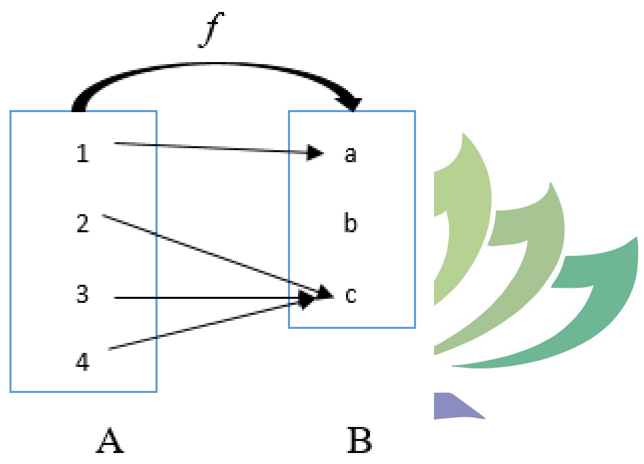
Berdasarkan metode pemasangan antara anggota domain dan anggota kodomain, fungsi memiliki sifat yang dapat dibagi menjadi empat bagian, yaitu fungsi into, fungsi surjektif ataupun onto, fungsi injektif, dan fungsi bijektif.

1. Pengertian Fungsi Into

Fungsi into dapat diidentifikasi dengan mengamati luas wilayah kodomain . Seperti yang dijelaskan di atas, range ini adalah bagian dari kodomain . Oleh karena itu, tidak semua anggota suatu kodomain harus menjadi anggota suatu range . Jika semua anggota kodomain tidak dipasangkan dengan anggota domain, fungsi dalam fungsi. .

Fungsi $f : A \rightarrow B$ disebut fungsi into *(fungsi ke dalam)* jika ada elemen di B yang tidak memiliki pasangan atau pendahulu di A. .

Perhatikan Diagram berikut!



Gambar 1.7 Diagram Panah

$f : A \rightarrow B \ > f = \{(1, a), (2, c), (3, c), (4, c)\}$

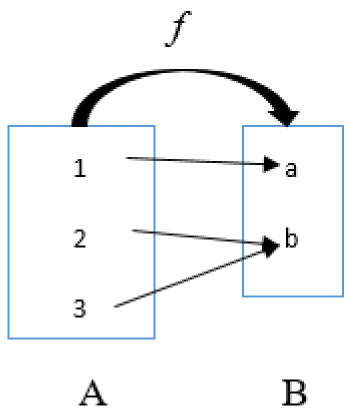
Diagram diatas merupakan fungsi dan bukan fungsi surjektif karena tidak semua anggota kodomain memiliki pasangan. Terlihat intervalnya adalah (a, c) sedangkan interval kodomain adalah (a, b, c). Tidak semua anggota kodomain adalah domain. Ini bukan operasi injeksi karena domain kode memiliki anggota dengan lebih dari satu mitra, jadi ini bukan operasi satu-ke-satu .

2. Pengertian Fungsi Surjektif atau Onto

Fungsi surjektif/onto adalah fungsi yang semua anggota kodomain memiliki pasangan. Anggota kodomain dapat terhubung lebih dari sekali. Semua anggota suatu wilayah kode membentuk suatu range (daerah hasil).

Fungsi $f: A \rightarrow B$ disebut fungsi surjektif *(onto/fungsi kepada)* jika setiap elemen di B mempunyai pasangan di A atau R_f = B, atau untuk setiap $y \in B$ terhadap $x \in A$ sedemikian sehingga $f(x) = y$.

Perhatikan diagram berikut!



Gambar 1.8 Diagram Panah

$f: A \rightarrow B\ >\ f = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$

Diagram di atas merupakan fungsi surjektif/onto, karena semua anggota kodomain memiliki pasangan. Ini bukan fungsi injeksi karena ada anggota kodomain yang memiliki pasangan lebih dari satu.

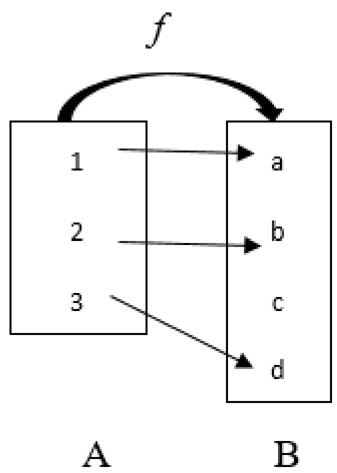
3. Pengertian Fungsi Injektif

Fungsi injektif atau fungsi satu-satu adalah fungsi yang menghubungkan anggota domain dengan anggota kodomain sehingga setiap anggota domain memiliki pasangan yang berbeda dan pasangan hanya satu dikodomain.

Fungsi $f: A \to B$ disebut fungsi injektif (fungsi satu-ke-satu) jika setiap elemen B memiliki pasangan elemen A yang persis sama. Dengan perkataan lain :

- Fungsi $f: A \to B >$ fungsi injektif jika untuk setiap $x_1\ x_2 \in A$ dan $x_1 \neq x_2$ maka $f(x_1) \neq f(x_2)$.
- Fungsi $f: A \to B >$ fungsi injektif jika untuk setiap $x_1\ x_2 \in A$ dan$f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$.

Perhatikan diagram berikut!



Gambar 1.9 Diagram Panah

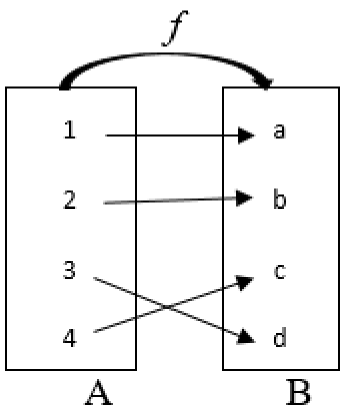
$f: A \to B\ >\ f = \{(1, a), (2, b), (3, d)\}$

Diagram diatas adalah fungsi injektif. Fungsi injektif harus satu-satu. Anggota kodomain tidak perlu memiliki pasangan asalkan setiap anggota domain memiliki pasangan.

4. Pengertian Fungsi Bijektif

Fungsi bijektif adalah fungsi injektif dan fungsi surjektif. Fungsi bijektif disebut juga fungsi korespondensi. Semua anggota kodomain ditautkan ke anggota domain, dan setiap anggota domain memiliki pasangan yang berbeda. Setiap anggota hanya dipasangkan satu kali.

Fungsi $f: A \to B$ disebut fungsi bijektif, jika f adalah fungsi injektif dan sekaligus fungsi surjektif. Jadi kalimat, himpunan A dan B dikatakan *korespodensi satu-satu.* Perhatikan diagram berikut!



Gambar 2.0 Diagram Panah

$f: A \to B$ dengan $f = \{(1, a), (2, b), (3, d), (4, c)\}$

Diagram diatas adalah fungsi bijektif. Semua anggota kodomain memiliki pasangan, dan setiap anggota kodomain dipasangkan hanya sekali. Pertandingan tunggal hanya dimungkinkan jika jumlah anggota Himpunan A sama dengan jumlah anggota Himpunan B. Jika jumlah anggota Himpunan A adalah p, maka jumlah anggota Himpunan B harus p .

Banyaknya korespondensi satu-satu dari A ke B adalah

$$p! = p(p-1).(p-2).(p-3)\ldots.3.2.1$$

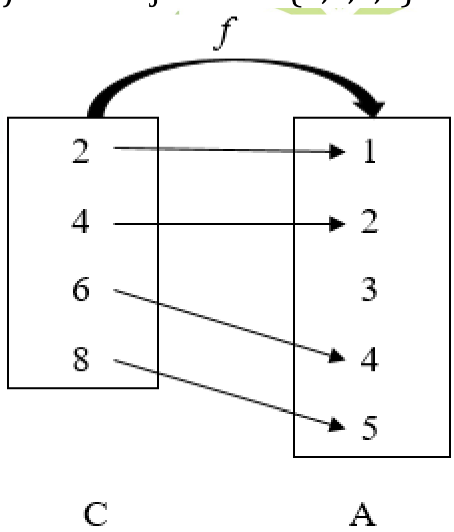
Contoh 1.1

Diketahui $A = (1,2,3,4,5)$, $B = (2,3,4,5,6)$, dan $C = (2,4,6,8)$ Tentukan sifat-sifat fungsi dalam diagram dan bentuk pasangan terurut berikut .

a. $f: C \rightarrow A$
b. $f: A \rightarrow C$
c. $f: C \rightarrow B$
d. $f: A \rightarrow B$

Penyelesaian

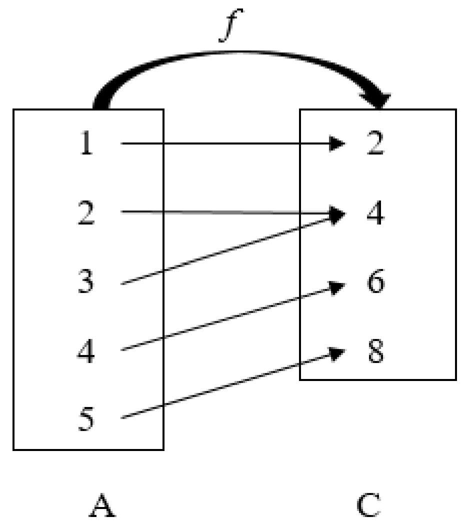
a. $f: C \rightarrow A$ jadi $C = \{2,4,6,8\}$ dan $A = \{1,2,3,4,5\}$



$f: C \rightarrow A$ dengan $f = \{(2,1),(4,2),(6\ 4),(8,5)\}$

$f: C \rightarrow A$ adalah Fungsi Injektif

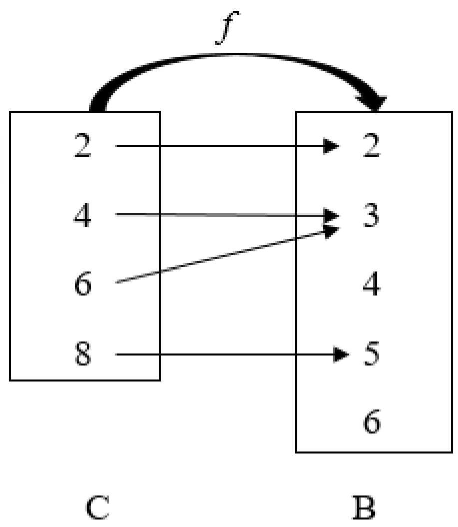
b. $f: A \to C$ jadi $A = \{1,2,3,4,5\}$ dan $C = \{2,4,6,8\}$



$f: A \to C$ dengan $f = \{(1,2),(2,4),(3,4),(4,6),(5,8)\}$

$f: A \to C$ adalah Fungsi Surjektif atau Onto

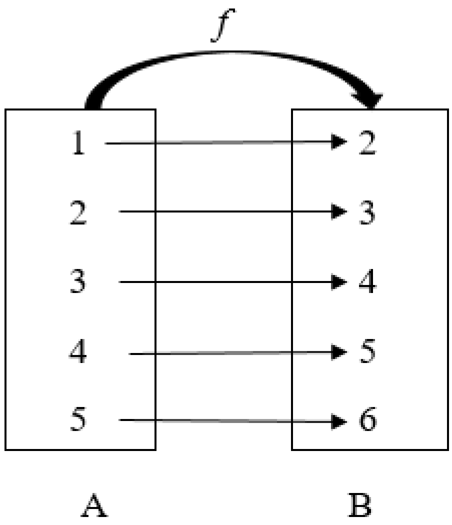
c. $f: C \to B$ jadi $C = \{2,4,6,8\}$ dan $B = \{2,3,4,5,6\}$



$f: C \to B$ dengan $f = \{(2,2),(4,3),(6,3),(8,5)\}$

$f: C \to B$ adalah Fungsi Into

d. $f: A \to B$ jadi $A = \{1,2,3,4,5\}$ dan $B = \{2,3,4,5,6\}$



$f: A \to B$ dengan $f = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6)\}$
$f: A \to B$ adalah Fungsi Bijektif

D. Jenis-jenis Fungsi

Jenis-jenis fungsi adalah fungsi yang memiliki ciri-ciri khusus/khas. Beberapa fitur khusus adalah fungsi konstan, fungsi linear, fungsi identitas, fungsi kuadrat, fungsi tangga, fungsi mutlak, dan fungsi ganjil dan genap.

1. Fungsi Konstan

Fungsi Konstan adalah suatu fungsi $f: A \to B$ dimana setiap anggota A dipasangkan dengan 1 anggota B yang sama. Oleh karena itu, ruang lingkup fungsinya hanya mencakup satu anggota. Fungsi konstan diformulasikan sebagai $f(x) = k$ dimana $x \in R$,dan k adalah sebuah konstanta atau tetap.

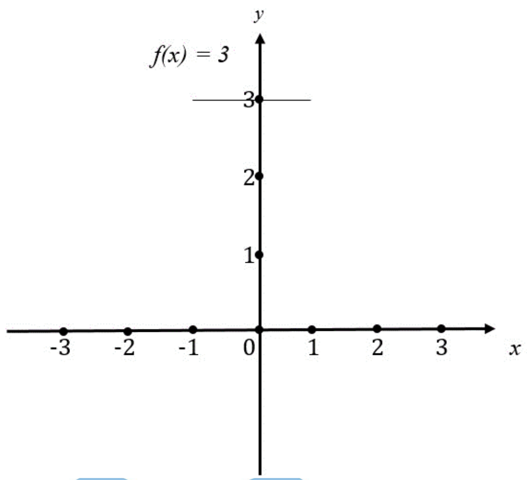
Contoh 1.1

Diketahui $f: R \rightarrow R$ dengan rumus $f(x) = 3$. Daerah domain $\{x | -3 \leq x < 2\}$. Maka nyatakan dalam diagram grafik dari fungsi tersebut!

Penyelesaian

x	-3	-2	-1	0	1
f(x)	3	3	3	3	3

Grafik :



2. Fungsi Linear

Pengertian Fungsi Linear adalah fungsi $f(x) = ax + b$, dimana $a \neq 0$, a dan b termasuk bilangan konstan atau tetap. Untuk grafiknya berbentuk garis lurus, ini sangat berbeda dengan grafik konstan yang pada umumnya berbentuk garis horizontal.

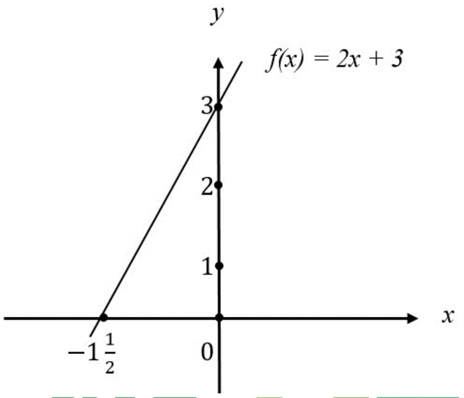
Contoh 1.2

Diketahui $f(x) = 2x + 3$, coba nyatakan dalam diagram grafik.

Penyelesaian

$2x + 3$		
x	0	$-1\frac{1}{2}$
$f(x)$	3	0

Grafik :



3. Fungsi Identitas

Pengertian Fungsi Identitas adalah fungsi dimana $f(x) = x$. Diagram grafik dari fungsi identitas berupa garis lurus.

Contoh 1.3

$f(-2) = -2$

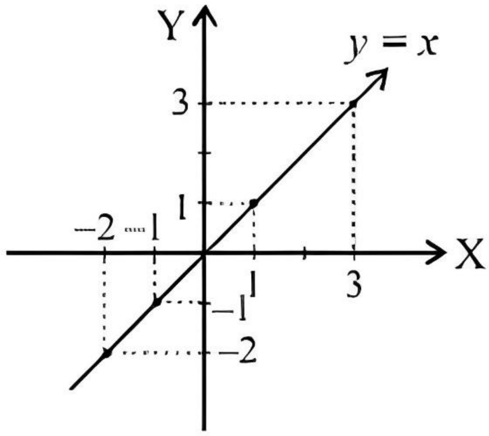
$f(0) = 0$

$f(1) = 1$

$f(3) = 3$

Maka gambar grafiknya :

Penyelesaian

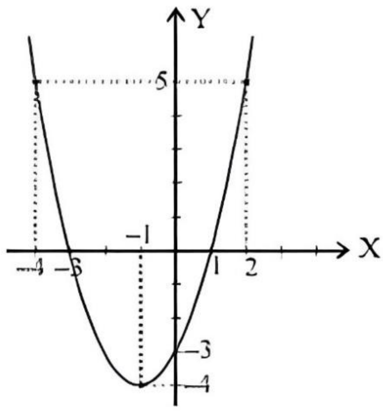


4. Fungsi Kuadrat

Fungsi Kuadrat adalah sebuah fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$, dimana $a \neq 0$ serta a, b, dan c adalah bilangan konstan. Fungsi kuadrat memiliki bentuk diagram grafik menyerupai parabola.

Contoh 1.4

Diketahui fungsi $f(x) = x^2 + 2x - 3$; perhatikan diagram berikut!



Tentukan :

1. Domain dari fungsi *f*
2. Nilai minimun dari fungsi *f*
3. Nilai maksimum dari fungsi *f*
4. Range dari fungsi f
5. Koordinat titik balik minimum

Penyelesaian

1. Domain dari fungsi f diatas yaitu $\{x| -4 \leq x < 2\}$
2. Nilai minimun dari fungsi *f* di atas yaitu -4
3. Nilai maksimum dari fungsi *f* di atas yaitu 5
4. Range dari fungsi f yaitu $\{y| -4 \leq x < 5\}$
5. Koordinat titik balik minimum dari grafik fungsi *f* di atas yaitu (-1, -4)

5. Fungsi Tangga

Pengertian fungsi tangga adalah fungsi f(x) yang dimana berbentuk interval sejajar.

Contoh 1.5

Diketahui $f(x) = -1$, jika $x < 1 = 0$, jika $-1 < x < 2 = 2$, jika $2 < x < 4 = 3$, jika $x > 4$. Maka tentukan interval yang terbentuk dari :

f (-2)

b. *f (0)*

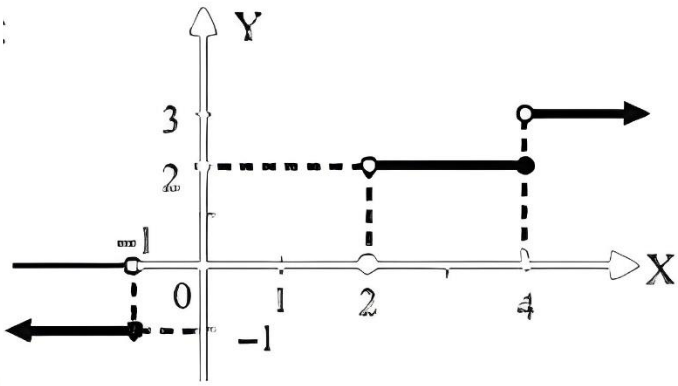
c. *f (3)*

d. *f (3)*

e. grafik dari interval yang terbentuk

Penyelesaian

a. $f(-2) = -1$
b. $f(0) = 0$
c. $f(3) = 2$
$f(3) =$
e.



6. Fungsi Mutlak

Fungsi Mutlak adalah nilai suatu bilangan riil tanpa adanya tanda tambah (+) atau kurang (-). Misalnya, nilai mutlak dari 2 sama dengan nilai mutlak dari -2 yaitu 2atau secara umum dapat ditulis dengan $|2| = |-2| = 2$.

Maka bayangkan seseorang berdiri di titik 0 dan jika dia berjalan 4 satuan ke kanan, dia berada di titik 4.

Maka disisi lain, jika dia bergerak 4 satuan ke kiri, dia berada di -4.

Dalam hal ini, orang tersebut dikatakan telah berlari sebanyak 4 satuan tanpa memperhatikan tanda (+) atau (-).

Maka bentuk umum dari nilai mutlak adalah di bawah ini :

$$|ax + b| = \begin{cases} ax + b, jika\ ax + b \geq 0, a \neq 0 \\ -(ax + b), jika\ ax + b < 0, a \neq 0 \end{cases}$$

Contoh 1.6

Carilah himpunan penyelesaian dari $|x + 1| = 2x - 3$

Penyelesaian

$$|x + 1| = 2x - 3$$

$$|x + 1|^2 = (2x - 3)^2$$

$$(x + 1)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$x^2 + 2x + 1 = 4x^2 - 12 + 9$$

$$3x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$\frac{1}{3}(3x - 12)(3x - 2) = 0$$

$$(x - 4)(3x - 2) = 0$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $x = 4$ atau $x = \frac{2}{3}$

7. Fungsi Ganjil dan Genap

Fungsi ganjil dan genap adalah sebuah fungsi *f(x)* akan disebut fungsi ganjil jika *f(-x)* = *-f(x)* dan disebut fungsi genap jika *f(-x)* = *f(x)*.
Kemudian fungsi $f(-x) \neq -f(x)$ serta $f(-x) \neq f(x)$ maka bukan termasuk dari kedua fungsi tersebut.

Contoh 1.7

Tentukanafungsi dibawah ini apakah fungsi ganjil atau genap atau tidak.

1. $f(x) = 2x^3 + x$
2. $f(x) = x^2 - 8x$

Penyelesaian

1. $f(x) = 2x^3 + x$

$$f(-x) = 2(-x)^3 + (-x)$$
$$= -2x^3 - x$$
$$= -(2x^3 + x)$$
$$= -f(x)$$

Jadi, fungsi tersebut merupakan fungsi ganjil.

2. $f(x) = x^2 - 8x$

$$f(-x) = (-x)^2 - 8(-x)$$
$$= x^2 + 8x$$

Fungsi $f(-x) \neq -f(x)$ dan $f(-x) \neq f(x)$

Jadi, fungsi diatas bukan merupakan fungsi genap maupun ganjil.

Contoh 1.8

Diketahui f sebuah fungsi yang memetakan x ke y dengan rumus $y = \frac{x+2}{2x-6}, x \neq 3$. Tentukan rumus fungsi jika g memetakan y ke x.

Penyelesaian

Diketahui f sebuah fungsi yang memetakan x ke y dengan rumus $y = \frac{x+2}{2x-6}$, dimana $x \neq 3\ dan\ x$ bilangan real.

$$y = \frac{x+2}{2x-6}$$

$(2x-6)(y) = x + 2$ (kedua ruas dikalikan $2x$-6)

$2xy - 6y = x + 2$

$2xy - x = 6y + 2$

$x(2y-1) = 6y + 2$

$x = \frac{6y+2}{2y-1}$ (kedua ruas dibagi $2y$-1)

Maka fungsi g memetakan y ke x dengan rumus :

$g(y) = \frac{6y+2}{2y-1}$

DAFTAR PUSTAKA

Soedjadi, R. (2001). *Pemanfaatan realitas dan lingkungan dalam pembelajaran matematika. Makalah, disajikan pada seminar 'RME'. UNESA:FMIPA UNESA Surabaya.*

Sinaga, Bornok. (2007). *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika Berdasarkan Masalah Berbasis Budaya Batak. Surabaya: Program Pascasarjana UNESA.*

Miyanto, dkk. 2020. PR *Matematika Kelas X Semester 2. Yogyakarta : Intan Pariwara*

Dicky Susanto, dkk. 2021. *Buku Panduan Guru Matematika untuk SMA/SMK Kelas X*. Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan.