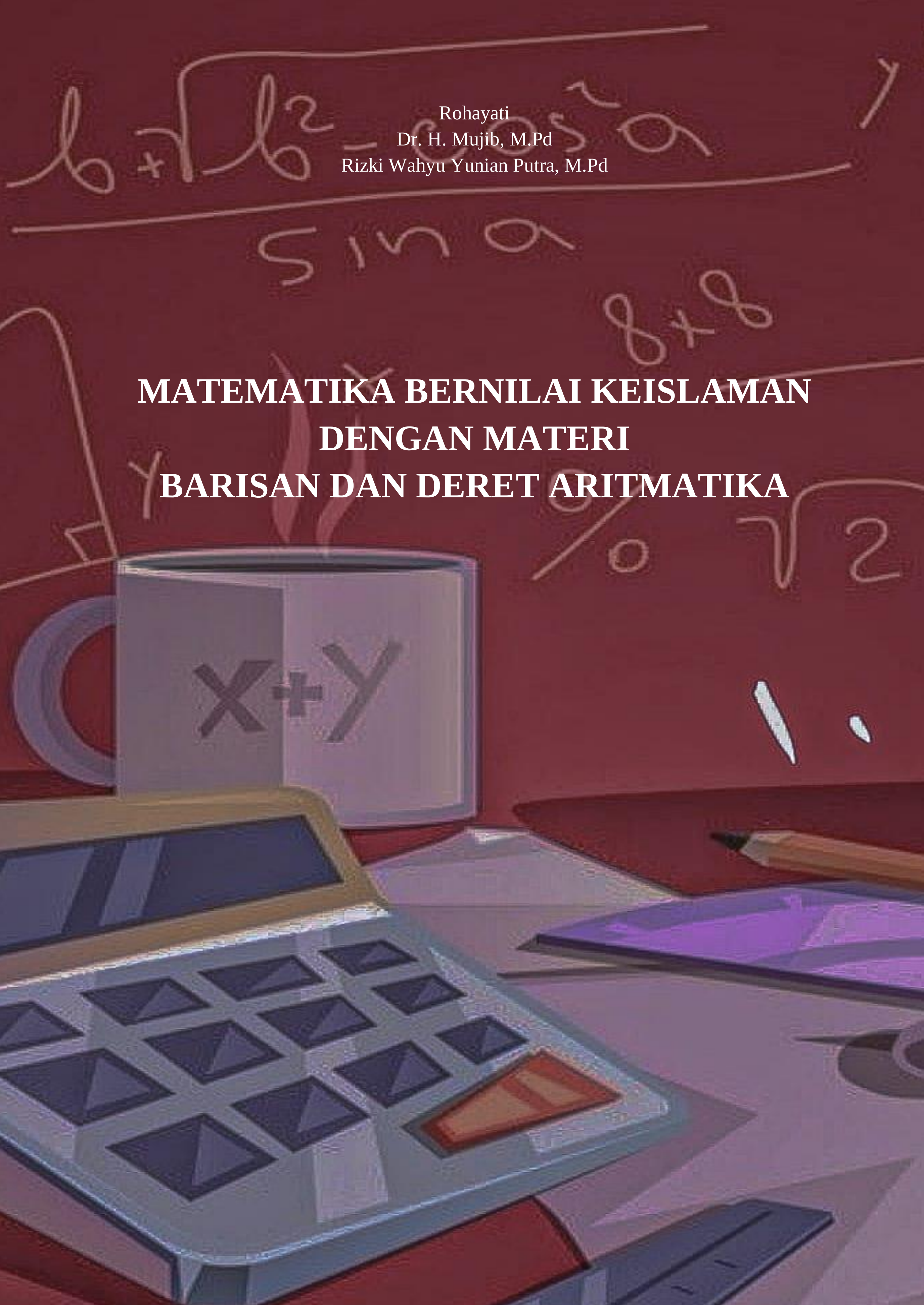
Rohayati
Dr. H. Mujib, M.Pd
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd

MATEMATIKA BERNILAI KEISLAMAN DENGAN MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA



Rohayati
Dr. H. Mujib, M.Pd
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd

MATEMATIKA BERNILAI KEISLAMAN DENGAN MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

Penerbit

ABSTRAK

Matematika merupakan suatu cabang ilmu yang mengkaji tentang cara berhitung, mengukur sesuatu dengan angka, simbol atau jumlah. Pokok kajiannya meliputi aljabar, statistik, logika, geometri, pengukuran, barisan dan deret serta lain-lain. Matematika tidak lepas dari kehidupan sehari-hari baik secara langsung maupun tidak langsung. Setiap cabang ilmu pengetahuan banyak yang berkaitan dengan matematika demi memudahkan dalam mempelajari ilmu tersebut. Oleh karena itu peran matematika sangat dibutuhkan bahkan matematika itu sendiri dianggap *mother of science.*

Barisan aritmatika merupakan suatu baris di mana nilai pada masing-masing sukunya diperoleh dari suku sebelumnya melalui penjumlahan atau pengurangan dengan suatu bilangan. Deret aritmatika merupakan suatu barisan aritmatika yang apabila dijumlahkan maka hasil dari penjumlahan tersebut dinamakan deret aritmatika. Deret aritmetika adalah jumlah suku-suku pada barisan aritmetika. Dengan materi tersebut siswa dapat menyelesaikan masalah tentang barisan dan deret aritmatika.

Buku ini memuat materi dan soal barisan dan deret aritmatika. Buku ini diperuntukkan untuk siswa kelas X semester genap.

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
RADEN INTAN LAMPUNG
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
Alamat: Jl. Letkol H. Endro Suratmin Sukarame Bandar Lampung, Telp. (0721) 703260

PERSETUJUAN

Judul Buku : **Matematika Bernilai Keislaman dengan Materi Barisan dan Deret Aritmatika**

Nama : **Rohayati**

NPM : **1611050360**

Jurusan : **Pendidikan Matematika**

Fakultas : **Tarbiyah dan Keguruan**

MENYETUJUI

Untuk dimunaqosyahkan dan dipertahankan dalam sidang munaqosyah Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Raden Intan Lampung

Pembimbing I	Pembimbing II
Dr. H. Mujib, M.Pd.	**Rizki Wahyu Yunian Putra,**
NIP. 196911082000031001	**NIP.198906052015031004**

Mengetahui,
Ketua Jurusan Pendidikan Matematika

Dr. Bambang Sri Anggoro, M.Pd.
NIP. 198402282006041004

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
RADEN INTAN LAMPUNG
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN

Alamat: Jl. Letkol H. Endro Suratmin Sukarame Bandar Lampung, Telp. (0721) 703260

PENGESAHAN

Buku dengan judul: MATEMATIKA BERNILAI KEISLAMAN DENGAN MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA disusun oleh: Rohayati, NPM: 1611050360, Program Studi Pendidikan Matematika telah diujikan dalam sidang Munaqosyah di Fakultas Tarbiyah dan Keguruan UIN Raden Intan Lampung pada Hari/Tanggal: Senin/12 Juni 2023.

TIM PENGUJI

Ketua	**: Dr. Bambang Sri Anggoro, M.Pd.**	**(..............)**
Sekretaris	**: Abi Fadila, M.Pd.**	**(..............)**
Pembahas Utama	**: Siska Andriani, S.Si., M.Pd.**	**(..............)**
Pembahas I	**: Dr. H. Mujib, M.Pd**	**(..............)**
Pembahas II	**: Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd.**	**(..............)**

Mengetahui,
Dekan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan

KEMENTERIAN AGAMA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
UIN RADEN INTAN LAMPUNG
REPUBLIK INDONESIA

Prof. Dr. Hj. Nirva Diana, M.Pd
NIP. 196408281988032002

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN KARYA

Yang bertandatangan di bawah ini :

Nama (*) : Rohayati
Alamat : Rt 02, Rw 03, Moris Jaya, Banjar Agung, Tulang Bawang, Lampung.
NIK : 1805085010990011
Telp./HP : 082269922788

menyatakan dengan sesungguhnya, bahwa:

Judul : MATEMATIKA BERNILAI KEISLAMAN DENGAN MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA.
Kelas X SMK Semester Genap
Penulis (**) : Rohayati
Dr. H. Mujib, M.Pd
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd

adalah benar merupakan karya asli yang dibuat untuk diterbitkan dan disebarluaskan secara umum, melalui:

Penerbit : Edupedia Publisher
Alamat : Blok Salasa RT 004/RW 005, Ds. Trajaya, Kec. Palasah, Kab. Majalengka

Demikian surat ini dibuat dengan sebenar-benarnya serta akan menjadi pertanggungjawaban kami jika terdapat penyalahgunaan dan akibat yang ditimbulkannya.

Bandar Lampung, 16 Juni 2023

Penanggung jawab Penerbit,

(Nia Kania)

Penulis,

METERAI TEMPEL
10000
51B24AKX459115610

(Rohayati)

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji bagi Tuhan semesta alam Allah SWT. karena atas berkah dan limpahan karunia yang Allah berikan penulis mampu menyelesaikan buku dengan judul "**Matematika Bernilai Keislaman dengan Materi Barisan dan Deret Aritmatika**" dan dapat menyelesaikan bukunya dengan tepat waktu.

Buku ini penulis tujukan untuk membantu peserta didik agar dapat belajar secara mandiri dalam mempersiapkan diri sebagai generasi penerus, penulis juga mengucapkan terima kasih kepada para penerbit yang sudah bersedia membantu menerbitkan buku materi matematika ini.

Buku matematika ini merupakan pelajaran yang diajarkan setiap jenjang pendidikan terutama untuk Sekolah Menengah Atas (SMA) yang memuat materi tentang barisan dan deret aritmatika. Setelah mempelajari buku ini peserta didik diharapkan mampu memahami konsep matematika dalam berbagai segi kehidupan.

Berbekal pendekatan masalah penulis memuat berupa pembahasan soal-soal untuk melatih daya pikir sehingga membantu peserta didik dalam menyelesaikan persoalan barisan dan deret aritmatika.

Penulis menyadari bahwa buku ini belum sempurna, oleh karna itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari berbagai pihak untuk memperbaiki buku ini dimasa yang akan datang. Akhirnya penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya buku ini yang disajikan untuk peserta didik.

Bandar lampung, September 2022

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I
BARISAN, POLA BILANGAN, DAN DERET

1. Sejarah Singkat

Seiring dengan perkembangan zaman, akan berdampak pula pada pengetahuan yang juga semakin berkembang, serta teknologi semakin maju. Dengan kemajuan teknologi, pemahaman yang lebih terhadap ilmu pengetahuan sangat diperlukan, salah satu hal utama adalah Ilmu Matematika.

Matematika merupakan suatu cabang ilmu yang mengkaji tentang cara berhitung, mengukur sesuatu dengan angka, simbol atau jumlah. Pokok kajiannya meliputi aljabar, statistik, logika, geometri, pengukuran, barisan dan deret serta lain-lain. Matematika tidak lepas dari kehidupan sehari-hari baik secara langsung maupun tidak langsung. Setiap cabang ilmu pengetahuan banyak yang berkaitan dengan matematika demi memudahkan dalam mempelajari ilmu tersebut. Oleh karena itu peran matematika sangat dibutuhkan bahkan matematika itu sendiri dianggap *mother of science.*[1]

Beberapa orang berpendapat bahwa matematika hanya membahas tentang bilangan dan rumus tanpa ada kaitannya dengan unsur keislaman. Padahal yang sebenarnya terjadi Al-Qur'an adalah sumber ilmu pengetahuan, seperti firman Allah berikut ini :

هُوَ ٱلَّذِى جَعَلَ ٱلشَّمْسَ ضِيَآءً وَٱلْقَمَرَ نُورًا وَقَدَّرَهُۥ مَنَازِلَ لِتَعْلَمُوا۟

عَدَدَ ٱلسِّنِينَ وَٱلْحِسَابَ ۚ مَا خَلَقَ ٱللَّهُ ذَٰلِكَ إِلَّا بِٱلْحَقِّ ۚ يُفَصِّلُ ٱلْءَايَٰتِ

لِقَوْمٍ يَعْلَمُونَ ﴿٥﴾

Artinya : *"Dia-lah yang menjadikan matahari bersinar dan bulan bercahaya dan ditetapkan-Nya manzilah-manzilah (tempat-tempat) bagi perjalanan bulan itu, supaya kamu mengetahui bilangan tahun dan perhitungan (waktu). Allah tidak menciptakan yang demikian itu melainkan dengan hak. Dia menjelaskan tanda-tanda (kebesaran-Nya) kepada orang-orang yang mengetahui.:* (Q.S. Yunus : 5)

Berdasarkan ayat tersebut di atas, maksudnya adalah Allah menjadikan semua yang disebutkan itu bukanlah dengan percuma, melainkan dengan penuh hikmah.

[1] Abdul Fattah Nasution, "Implementasi Konsep Matematika dalam Al-Qur'an pada Kurikulum Madrasah," *Jurnal EduTech*, Vol. 3, No. 1, (Maret 2017), h. 1

Pada jenjang pendidikan SMA/MA/SMK tepatnya pada kelas X siswa akan mempelajari tentang matematika dengan berbagai materi, seperti salah satunya yaitu barisan dan deret aritmetika. Terdapat kisah cendikiawan matematika yang menceritakan tentang barisan dan deret aritmatika.

Cerita ini merupakan kisah tentang kecerdasan seorang matematikawan Jerman bernama Gauss. Gauss yang memiliki nama lengkap Johann Carl Friedrich Gauss (1777 M - 1855 M) lahir di Braunschweig, Jerman. Sewaktu kecil, Gauss bersama teman-teman sekelasnya di sebuah sekolah dasar mendapat tugas dari gurunya, J.G. Buttner, untuk menghitung jumlah bilangan bulat dari 1 sampai 100. “Anak-anak, coba kalian jumlahkan 1 + 2 + 3 + 4 + ⋯ + 100. Berapa hasilnya?” Tanya sang guru kepada murid-muridnya.

Pada mulanya sang guru yakin bahwa ia telah memberikan tugas kepada murid-muridnya yang akan membutuhkan waktu lama untuk mengerjakannya. Tetapi tidak beberapa waktu lama kemudian, Gauss kecil langsung memberikan jawabannya yang ditulis dalam selembar kertas. Sang guru kemudian memeriksa jawaban tersebut dan terkejut karena Gauss telah menemukan jawaban yang benar. Bagaimana Gauss dapat menemukan jawaban tersebut dalam waktu yang singkat? Apa kira-kira yang ada di benak Gauss saat itu?

Beginilah cara Gauss kecil berpikir :

$$
\begin{array}{l}
X = 1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 100 \\
\underline{X = 100 + 99 + 98 + 97 + \cdots + 1} \quad + \\
2X = 101 + 101 + 101 + 101 + \cdots + 101 \\
2X = 101 \times 100 \\
X = \frac{10.100}{2} \\
\quad = 5.050
\end{array}
$$

Gauss susun penjumlahan bilangan satu tambah dua tambah tiga tambah empat dan seterusnya hingga seratus. Gauss buat untuk yang kedua kalinya namun susunannya dibalik, yaitu seratus tambah sembilan puluh sembilan tambah sembilan puluh delapan dan seterusnya hingga tambah satu. Kemudian keduanya ditambahkan, jumlah tiap suku sama dan dikalikan banyaknya suku.

Hasilnya dibagi dengan dua sehingga didapatkan nilai 5.050. Menakjubkan, bukan? Cara berpikir Gauss kecil ini kelak akan menjadi dasar dari deret aritmatika (*arithmetic series*). Kelak Gauss dikenal sebagai ilmuan yang menghasilkan sebuah teori bilangan (*theory of number*).[2]

2. Pengertian Barisan Bilangan

Barisan adalah susunan angka-angka yang memiliki pola tertentu. Setiap angka yang ada pada barisan disebut suku. Misalnya, pada bilangan pertama kita sebut dengan suku pertama, bilangan kedua kita sebut suku kedua begitu seterusnya.[3] Barisan juga ditemukan pada Al-Qur'an, yaitu pada surat Ash-Saff ayat 1 dan 4.

سَبَّحَ لِلَّهِ مَا فِى ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَمَا فِى ٱلْأَرْضِ ۖ وَهُوَ ٱلْعَزِيزُ ٱلْحَكِيمُ ﴿١﴾ يَٰٓأَيُّهَا
ٱلَّذِينَ ءَامَنُوا۟ لِمَ تَقُولُونَ مَا لَا تَفْعَلُونَ ﴿٢﴾ كَبُرَ مَقْتًا عِندَ ٱللَّهِ أَن
تَقُولُوا۟ مَا لَا تَفْعَلُونَ ﴿٣﴾ إِنَّ ٱللَّهَ يُحِبُّ ٱلَّذِينَ يُقَٰتِلُونَ فِى
سَبِيلِهِۦ صَفًّا كَأَنَّهُم بُنْيَٰنٌ مَّرْصُوصٌ ﴿٤﴾

Artinya : "*Telah bertasbih kepada Allah apa saja yang ada di langit dan apa saja yang ada di bumi; dan Dia-lah yang Maha Perkasa lagi Maha Bijaksana. Wahai orang-orang yang beriman, kenapakah kamu mengatakan sesuatu yang tidak kamu kerjakan? Amat besar kebencian di sisi Allah bahwa kamu mengatakan apa-apa yang tidak kamu kerjakan. Sesungguhnya Allah menyukai orang yang berperang dijalan-Nya dalam barisan yang teratur seakan-akan mereka seperti suatu bangunan yang tersusun kokoh.*" (Q.S Ash-Shaff : 1-4)

Ayat tersebut menjelaskan adanya barisan yang kuat dan kokoh. Hal ini maksudnya konsep barisan matematika yang konvergen, yaitu barisan yang padat atau tanpa celah di titik limitnya..

Istilah barisan digunakan untuk menjelaskan suatu kejadian yang diberikan dalam urutan tertentu atau suatu objek berurut. Secara informal, dalam matematika istilah barisan digunakan untuk mengurutkan susunan anggota suatu himpunan berdasarkan suatu aturan tertentu.[4] Barisan bilangan merupakan bilangan yang disusun dengan menggunakan aturan atau pola

---

[2] Nita Ariani, *Misteri Barisan dan Deret Bilangan*, (Bogor : PT. Regina Eka Utama, 2010), h. 7-8

[3] https://www.gurusiana.id/read/emlyyasril/article/materi-barisan-pada-al-quran-4090620

[4] Tuti Masribani, dkk, *Matematika Program Keahlian Akuntansi dan Penjualan*, (Jakarta : Erlangga, 2008), h. 78

tertentu. Setiap bilangan yang terdapat dalam suatu barisan disebut suku barisan. Suku ke-n suatu barisan bilangan biasa dilambangkan dengan U_n.[5]

Contoh Soal :

a. 1, 2, 3, 4, 5, ⋯
b. 1, 3, 5, 7, 9, ⋯
c. 10, 8, 6, 4, 2, ⋯
d. 1, 5, 2, 3, 6, ⋯
e. 7, 8, 4, 1, 2, ⋯

Pada contoh tersebut, bilangan a, b, c memiliki aturan tertentu sehingga disebut dengan barisan bilangan. Sedangkan d dan e tidak memiliki aturan.Masing-masing bilangan pada barisan bilangan disebut suku (U). suku pertama dilambangkan dengan U_1 atau a. suku ke-2 dilambangkan dengan U_2. Suku ke-3 dilambangkan dengan U_3. Suku ke-n dilambangkan dengan U_n, dengan n ∈ A.

3. Pola Bilangan Suku ke-n (U_n)

a. Pola Bilangan Kuartal ke-n (Un)

` `Dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, materi barisan dan deret menjadi sangat penting dan berguna dalam berbagai bidang. diantaranya analisis data perbankan, data penduduk, data kebutuhan pangan, dan lain sebagainya."

` `Sukumpulan bilangan yang serung ditemui kadang mengikuti pola tertentu. Misalnya barisan bilangan berikut.

1) Barisan Bilangan Asli : 1,2,3,4,5,

2) Barisan Bilangan Genap : 2,4,6,8,10,......

3) Barisan Bilangan Ganjil: 1,3,5,7,9,...

Pola bilangan digunakan untuk menentukan urutan atau letak suatu bilangan dari sekumpulan bilangan. Misalkan, bilangan ke lima dari kumpulan bilangan genap 10, 12, 14, 16, 18, adalah 18. Bagainmana menentukan bilangan ke-11? Dengan mengetahui pola atau aturan bilangan, bilangan ke-n dapat ditentukan dengan mudah.

` `Kumpulan bilangan seperti bilangan tersebut membentuk sebuah barisan bilangan. Barisan bilangan adalah susunan anggota suatu himpunan bilangan yang diurutkan berdasarkan pola atau aturan tertentu. Anggota barisan bilangan disebut suku barisan yang dinyatakan sebagai berikut:

[5] Nita Ariani, *Misteri Barisan dan*……………………, h. 2

U1, U2, U3,,..Un

Contoh 1 :

Barisan bilangan 4, 6, 8, 10, ⋯, maka

U_1= 1= (2 x 1) + 2

U_2= 2 = (2 x 2) + 2

U_3= 3 = (2 x 3) + 2

U_4= 4 = (2 x 4) + 2

…

U_n= (2 x n) + 2

Contoh 2 :

Barisan bilangan 1, 7, 17, ⋯, maka

U_1= 1= $2(1)^2$ - 1

U_2= 2= $2(2)^2$– 1

U_3= 3= $2(3)^2$– 1

…

U_n= $2(n)^2$ – 1

Contoh 3 :

Tentukanlah tiga suku pertama suatu barisan yang rumus suku ke-n nya adalah U_n= n^2+ 1!

Jawab ;

U_1= $(1)^2$+ 1 = 2

U_2= $(2)^2$+ 1 = 5

U_3= $(3)^2$+ 1 = 10

Jadi tiga suku pertama barisan tersebut adalah 1, 5, 10.

Contoh 4 :

Tentukan rumus suku ke-n dari 1, 3, 5, 7, ⋯

Jawab :

1, 3, 5, 7, ⋯

U_1= 1 = (2 x 1) – 1

U_2= 2 = (2 x 2) – 1

U_3= 3 = (2 x 3) – 1

U_4= 4 = (2 x 4) – 1

…

U_n= (2 x n) – 1

Contoh 5 :

Suatu barisan bilangan dengan rumus $U_n = n^2$

a. Tentukan 3 suku pertamanya

b. Berapa suku ke 4 dan ke-6?

<u>Jawab</u> :

a. $U_n = n^2$

$U_1 = (1)^2 = 1$

$U_2 = (2)^2 = 4$

$U_3 = (3)^2 = 9$

Jadi barisannya adalah 1, 4, 9.

b. Suku ke-4 adalah :

$U_4 = (4)^2 = 16$

Suku ke-7 adalah :

$U_5 = (5)^2 = 25$

4. Pengertian Deret

Deret merupakan jumlah seluruh suku-suku dalam barisan dan dilambangkan dengan S_n.[6]

Contoh :

Diketahui suaru deret 1, 2, 3, 4, 5, ⋯, tentukan :

a. Jumlah tiga suku pertama

b. Jumlah tujuh suku pertama

<u>Jawab</u> :

a. $S_3 = 1 + 2 + 3 = 6$

b. $S_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$

[6] Istikomah, *Modul Pembelajaran SMA Matematika Umum*, (NTB : 2020), h.12

BAB II
BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

1. Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika adalah barisan dengan beda atau selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Beda dinotasikan dengan "b" yang memenuhi pola berikut : [7]

b = $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \cdots = U_n - U_{(n-1)}$

dengan n merupakan suku ke-n, n $\in$ A.

Barisan aritmatika merupakan suatu baris di mana nilai pada masing-masing sukunya diperoleh dari suku sebelumnya melalui penjumlahan atau pengurangan dengan suatu bilangan.[8] Barisan aritmetika adalah barisan dengan pola yang tetap atau ketika diselisihkan antara dua suku yang berurutan akan selalu sama.[9] Barisan aritmatika yaitu bilangan dengan pola yang tetap berdasarkan operasi penjumlahan dan pengurangan, sebagaimana yang terkandung dalam firman Allah swt. berikut :

ٱلۡحَمۡدُ لِلَّهِ فَاطِرِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ جَاعِلِ ٱلۡمَلَٰٓئِكَةِ رُسُلًا أُوْلِيٓ أَجۡنِحَةٖ
مَّثۡنَىٰ وَثُلَٰثَ وَرُبَٰعَۚ يَزِيدُ فِي ٱلۡخَلۡقِ مَا يَشَآءُۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيۡءٖ قَدِيرٞ ١

Artinya : "*Segala puji bagi Allah Pencipta langit dan bumi, yang menjadikan Malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap, masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat. Allah menambahkan pada ciptaan-Nya apa yang dikehendaki-Nya. Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.*" (Q.S. Faathir : 1)

Ayat tersebut menjelaskan konsep matematika tentang barisan yaitu pada kalimat "$\cdots$*Malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap, masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat.* $\cdots$ *"* yang apabila disimbolkan dalam bentuk bilangan barisan menjadi $2,3,4, \cdots$

[7] *E-book*, "Barisan dan Deret", h. 194-195

[8] https://kumparan.com/kabar-harian/barisan-dan-deret-aritmatika-pengertian-rumus-dan-contoh-soal-1yVUPdUgVVs

[9] https://www.kompasiana.com/amp/nurazizaharif8592/62a87216fdcdb451760194f2/barisan-dan-deret-aritmetika-dalam-al-qur-an

a. Rumus suku ke-n

a) Berdasarkan definisi tersebut didapat bentuk umum dari barisan aritmatika sebagai berikut:

$$\boldsymbol{U_1,\ U_2, U_3, U_4, U_5}\ \textbf{Un}$$

Setiap dua suku yang berurutan pada barisan aritmatika memiliki beda yang sama, maka diperoleh :

U_1 = a
U_2 = U_1+1b
U_3 =U_2+b= U_1+2b
U_4=U3+b= U_1+3b
…
Un = U_1+ (n-1)b

Jika suku pertama (U_1) dinyatakan dengan a, selisih (b) antara dua suku berurutan diberi notasi b, dan suku barisan ke-n dilambangkan dengan Un maka bentuk umum barisan aritmatika adalah sebagai berikut:

U_1 = a	= a+ 0.b=a+ (1-1)b
U_2 = U_1 + b	= a+ 0.b=a+ (1-1)b
U3 = U_2+b= (a+b)+b	= a+2.b = a + (3-1)b
U_1 = U3 + b = (a + 2b) + b	= a+ 3.b = a + (4-1)b.

Sehingga didapatkan rumus suku ke-n barisan aritmatika :

Satu = a+ (n-1)b

Dengan b= Un - Un-1, dan b adalah konstanta yang tidak bergantung pada n. A = U_1 = suku pertama barisan aritmatika

b= beda barisan aritmatika

b) Berdasarkan definisi tersebut didapat bentuk umum dari barisan aritmatika sebagai berikut:

U1, U2, U3, U4, AS,, Un

Setiap dua suku yang berurutan pada barisan aritmatika memiliki beda yang sama, maka diperoleh :

U_1 = a

U_2 = U_1+1b

U3=U_2+b= U_1+2b

U4=U3+b= U_1+3b

Un = U_1+ (n-1)b

Jika suku pertama (U_1) dinyatakan dengan a, selisih (b) antara dua suku berurutan diberi notasi b, dan suku barisan ke-n dilambangkan dengan Un maka bentuk umum barisan aritmatika adalah sebagai berikut:

U_1 = a

U_2 = U_1 + b

U_2 = U_2+b= (a+b) + b

U4U3+b= (a + 2b) + b

Sehingga didapatkan rumus suku ke-n barisan aritmatika:

=a+0.b=a+ (1-1)b

=a+b=a+1. b = a+)2-1)b

= a+2.b=a+ (3-1)b

= a+3.b = a+ (4-1)b

Berdasarkan definisi tersebut didapat bentuk umum dari barisan aritmatika sebagai berikut :

$$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \cdots, U_n$$

Setiap dua suku yang berurutan pada barisan aritmatika memiliki beda yang sama, maka diperoleh :

$U_1 =$ a

$U_2 = U_1 + 1\ b$
$U_3 = U_2 + b = U_1 + 2\ b$
$U_4 = U_3 + b = U_1 + 3\ b$
…
$U_n = U_1 + (n-1)\ b$

Jika $U_1, U_2, U_3, U_4, \cdots, U_n$ merupakan suku-suku barisan aritmatika, maka rumus suku ke-n dari barisan tersebut adalah :

$$\boldsymbol{U_n = a + (n-1)b}$$

Dengan :
a = U_1 = suku pertama barisan aritmatika
b = beda barisan aritmatika

Contoh 1 :
Tentukan nilai dari suku ke-12 pada 2, 4, 6, 8, ⋯

Jawab :
Berdasarkan barisan tersebut diketahui :
$U_n = a = 2$
$b = U_2 - U_1 = 4 - 2 = 2$, maka
$U_n = a + (n-1)b$
$U_{12} = 2 + (12-1)2$
$= 2 + 22$
$= 24$

Contoh 2 :
Diketahui suatu barisan aritmatika dengan $U_2 = 6$ dan $U_5 = 16$, tentukanlah :
a. Beda
b. Suku pertama
c. Suku ke-21
d. Rumus suku ke-n

Jawab :
a. Beda, untuk menentukan beda dari barisan tersebut dapat diketahui melalui eliminasi U_5 dan U_2

$$\begin{array}{l} U_5 = a + 4b = 16 \\ \underline{U_2 = a + 1b\ \ = 6} \quad - \\ \quad 5b = 10 \\ \quad b = 2 \end{array}$$

b. Suku pertama, substitusi nilai b = 2 ke U_2 untuk mencari nilai a

$U_2 = a + 1b \ = 6$

$a + 1(2) \ = 6$

$a + 2 \ = 6$

$a = 3$

c. Suku ke-21

$U_n = a + (n - 1)b$

$U_{21} = 3 + (21 - 1)2$

$= 43$

d. Rumus suku ke-n

$U_n = a + (n - 1)b$

$U_n = 3 + (n - 1)2$

$U_n = 3 + 2n - 2$

$U_n = 2n + 1$

b. Rumus suku tengah

Untuk barisan aritmatika dengan banyaknya suku ganjil, n ganjil maka berlaku rumus suku tengah, U_t sebagai berikut :

$$\boldsymbol{U_t = \frac{a + U_n}{2}}$$

Dengan :

$a = U_1 =$ suku pertama

$U_n =$ suku ke-n

$U_t =$ suku tengah

n = banyak suku

Contoh :

Tentukan suku tengah dari barisan 4, 8, 12, 16, $\cdots$, 64

Jawab :

Diketahui suku pertama, $a = 4$ dan $U_n = 64$ maka

$U_t = \frac{a+U_n}{2}$

$U_t = \frac{4+64}{2}$

$U_t = 34$

Jadi, suku tengah dari barisan tersebut adalah 34

c. Rumus suku sisipan

Misalkan diantara dua bilangan, x dan y disisipkan k buah bilangan sehingga membentuk barisan aritmatika seperti berikut :

$$x, \underbrace{(x+b), (x+2b), (x+3b), \cdots, (x+kb)}_{\text{Bilangan-bilangan yang disisipkan}}, y$$

Beda (b) dari barisan aritmatika yang terbentuk dapat ditentukan sebagai berikut :

$b = y - (x + kb)$

$b = y - x - kb$

$b + kb = y - x$

$b(1 + k) = y - x$

$b = \frac{y-x}{k+1}$

Dengan k adalah banyaknya bilangan yang disisipkan.

Contoh :

Diantara bilangan 20 dan 116 disisipkan 11 bilangan sehingga membentuk barisan aritmatika. Tentukanlah beda dan suku ke-7 dari barisan tersebut!

Jawab :

Diketahui $x = 20, y = 116, k = 11$, maka

$b = \frac{y-x}{k+1}$

$b = \frac{116-20}{11+1}$

$b = \frac{96}{12} = 8$

Jadi, beda barisan aritmatika tersebut adalah, b = 8

Substitusi $a = 20$ dan $b = 8$ untuk mengetahui suku ke-7

$U_7 = a + 6b$

$U_7 = 20 + 6(8) = 68$

Jadi, suku ke-7 barisan tersebut adalah 68.

2. Deret Aritmatika

Deret aritmatika merupakan suatu barisan aritmatika yang apabila dijumlahkan maka hasil dari penjumlahan tersebut dinamakan deret aritmatika.[10] Deret aritmetika adalah jumlah suku-suku pada barisan aritmetika. Ketika menjumlahkan tidak selalu menjumlahkan setiap suku-suku pada barisan aritmetika, tetapi hanya menjumlahkan pada suku-suku barisan aritmetika yang diperintahkan.[11] Deret aritmatika adalah jumlah dari seluruh suku dalam barisan aritmatika atau jumlah n

[10] Atmini Dhoruri, *Barisan dan Deret Bilangan, h. 5*

[11] https://www.kompasiana.com/amp/nurazizaharif8592/62a87216fdcdb451760194f2/barisan-dan-deret-aritmetika-dalam-al-qur-an

suku pertama barisan aritmatika. Tentunya barisan dan deret aritmetika sangat berkaitan erat antar keduanya, ketika ada barisan pasti terdapat deret.

Beberapa ada yang mengatakan bahwa matematika datang dari dunia barat sehingga tidak ada kaitannya dengan unsur keislaman. Akan tetapi sebelum dicetuskan teori ini oleh ilmuwan Barat, teori barisan dan deret aritmatika sudah terlebih dulu ada didalam Al-Qur'an. Sebagaimana yang dijelaskan Al-Qur'an tentang barisan dan deret aritmatika berikut :

سَيَقُولُونَ ثَلَٰثَةٞ رَّابِعُهُمۡ كَلۡبُهُمۡ وَيَقُولُونَ خَمۡسَةٞ سَادِسُهُمۡ كَلۡبُهُمۡ رَجۡمَۢا بِٱلۡغَيۡبِۖ وَيَقُولُونَ سَبۡعَةٞ وَثَامِنُهُمۡ كَلۡبُهُمۡۚ قُل رَّبِّيٓ أَعۡلَمُ بِعِدَّتِهِم مَّا يَعۡلَمُهُمۡ إِلَّا قَلِيلٞۗ فَلَا تُمَارِ فِيهِمۡ إِلَّا مِرَآءٗ ظَٰهِرٗا وَلَا تَسۡتَفۡتِ فِيهِم مِّنۡهُمۡ أَحَدٗا ٢٢

Artinya : *“Nanti (ada orang yang akan) mengatakan[878] (jumlah mereka) adalah tiga orang yang keempat adalah anjingnya, dan (yang lain) mengatakan: "(jumlah mereka) adalah lima orang yang keenam adalah anjing nya", sebagai terkaan terhadap barang yang gaib; dan (yang lain lagi) mengatakan: "(jumlah mereka) tujuh orang, yang ke delapan adalah anjingnya". Katakanlah: "Tuhanku lebih mengetahui jumlah mereka; tidak ada orang yang mengetahui (bilangan) mereka kecuali sedikit". karena itu janganlah kamu (Muhammad) bertengkar tentang hal mereka, kecuali pertengkaran lahir saja dan jangan kamu menanyakan tentang mereka (pemuda-pemuda itu) kepada seorangpun di antara mereka.”* (Q.S. Al-Kahfi : 22)

Ayat tersebut dapat dihubungkan dengan materi barisan dan deret aritmetika, maka notasi yang terbentuk yaitu: U_n = n + 1 (n sebagai jumlah para pemuda yang belum diketahui berapa jumlahnya, sedangkan 1 sebagai jumlah anjing), U_3 = 3 + 1 = 4 (seperti pada ayat diatas, jika para pemuda ada 3 yang ke 4 yaitu anjing), U_5 = 5 + 1 = 6 (seperti pada ayat diatas, jika para pemuda ada 5 yang ke 6 yaitu anjing), U_6 = 7 + 1 = 6 (seperti pada ayat diatas, jika para pemuda ada 6 yang ke 7 yaitu anjing).

Keterkaitan deret aritmatika dengan ayat tersebut penulis juga memberikan penjelasan bahwa dalam kandungan isi surat Al-Kahfi dapat membentuk pola yang sama dengan materi deret aritmatika yang sedang dipelajari. Kemudian siswa diberikan kesempatan yang belum mengerti juga diberikan kesempatan kepada siswa yang lain untuk bertanya dan berdiskusi.

Jika barisan aritmatika adalah $U_1, U_2, U_3 \cdots, U_n$ maka deret aritmatikanya adalah $U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$ yang kemudian dilambangkan dengan $\boldsymbol{S_n}$

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_n$$

$$\begin{array}{l} S_n = a + (a+b) + (a+2b) + \cdots + (U_n - 2b) + (U_n - b) + U_n \\ S_n = U_n + (U_n - b) + (U_n - 2b) + \cdots + (a+2b) + (a+b) + a \quad + \\ \hline 2S_n = \underbrace{(a+U_n) + (a+U_n) + (a+U_n) + \cdots + (a+U_n) + (a+U_n) + (a+U_n)}_{\text{n suku}} \end{array}$$

$$2S_n = n(a + U_n)$$

$$\boxed{\boldsymbol{S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)}}$$

Karena $U_n = a + (n-1)b$, maka :

$S_n = \frac{1}{2}n(a + a + (n-1)b)$

$$\boxed{\boldsymbol{S_n = \frac{1}{2}n(2a + (n-1)b}}$$ Atau $$\boxed{\boldsymbol{S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b}}$$

Dengan :

S_n = jumlah n suku pertama deret aritmatika

U_n = suku ke-n deret aritmatika

a = suku pertama

b = beda

n = banyaknya suku

Untuk menentukan suku ke-n selain menggunakan rumus $U_n = a + (n-1)b$, dapat pula menggunakan rumus yang lain yaitu :

$$\boxed{\boldsymbol{U_n = S_n - S_{n-1}}}$$

Contoh 1 :

Tentukan jumlah 18 suku pertama dari 1 + 7 + 13 + ⋯

Jawab :

Diketahui a = 1

$b = U_n - U_{n-1}$

$b = U_2 - U_1$

$b = 7 - 1 = 6$

Substitusi b = 6 untuk mencari S_{18}
$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$
$S_{18} = \frac{18}{2}(2(1) + (18-1)6)$
$S_{18} = 9(2 + 102) = 936$
Jadi, jumlah 18 suku pertama dari deret tersebut adalah 936.

Contoh 2 :
Suatu barisan aritmatika dengan suku ke-4 adalah – 12, dan suku ke-12 adalah – 28. Tentukan jumlah 8 suku pertamanya!

Jawab :
Eliminasi U_{12} dan U_4 untuk mendapatkan nilai b
$U_{12} = a + 11b = 28$
$\underline{U_4 = a + 3b = -12}$ -
8b = - 16
b = - 2

Substitusikan nilai b = - 2 ke U_4 untuk mencari nilai a
$U_4 = a + 3b = -12$
$a + 3(-2) = -12$
$a - 6 = -12$
$a = -6$

Substitusi nilai a = - 6 dan b = - 2, untuk mencari nilai S_8
$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$
$S_8 = \frac{8}{2}(2(-6) + (8-1)(-2))$
$S_8 = 4\big(-12 + (-14)\big) = -104$
Jadi, jumlah 8 suku pertama dari deret tersebut adalah – 104.
Contoh 3
Suku ke-7 dari deret aritmatika adalah $S_7 = 140$, dan suku ke-6 adalah $S_6 = 120$, tentukanlah nilai U_7!

Jawab ;
$U_n = S_n - S_{n-1}$
$U_7 = S_7 - S_6$
= 140 – 120 = 20
Jadi, nilai dari U_7 adalah 20.

a. Deret bilangan ganjil

Merupakan jumlah suku dari barisan bilangan ganjil. Barisan bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, 7, ⋯, dan rumus suku ke-n adalah $U_n = 2n - 1$. Maka deret bilangannya adalah 1 + 3 + 5 + 7 + ⋯, untuk menentukan jumlah n suku pertama, dilambangkan dengan S_n , dan barisan bilangan tersebut dapat diketahui melalui rumus $S_n = n^2$

Contoh 1 :
Hitunglah jumlah dari deret 3 + 5 + 7 + 9 +⋯ + 27!

Jawab :
Diketahui $U_n = 27$

$$U_n = 2n - 1$$

27 = 2n – 1
2n = 28
n = 14

Maka, jumlah suku ke-14 adalah :
$S_n = n^2$
$S_{14} = (14)^2$
$S_{14} = 196$

Contoh 2 :
Tentukanlah jumlah bilangan ganjil dari 1 sampai 99!

Jawab :
Diketahui $U_n = 99$
$U_n = 2n - 1$
99 = 2n – 1
2n = 100
n = 50
Jadi, banyak suku dalam deret tersebut adalah 50. Maka jumlah 50 suku pertama adalah :
$S_n = n^2$
$S_{50} = (50)^2$
$S_{50} = 2.500$

b. Deret bilangan genap

Merupakan jumlah suku-suku dari barisan bilangan genap. Barisan bilangan genap adalah 2, 4, 6, 8, ⋯, dan sumus suku ke-n adalah $U_n = 2n$.Maka, deret bilangan genap adalah $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots$ untuk menentukan jumlah n suku pertama dilambangkan dengan S_n , dan barisan bilangan tersebut dapat diketahui melalui rumus $S_n = n(n+1)$.

Contoh :
Tentukanlah jumlah bilangan genap dari 2 sampai 50!

Jawab :
Diketahui $U_n = 50$
$U_n = 2n$
$50 = 2n$
n = 25
Jadi, banyak suku dalam deret tersebut adalah 50. Maka jumlah 50 suku pertama adalah :
$S_n = n(n+1)$
$S_{25} = 25(25+1)$
$S_{25} = 25(25)$
$S_{25} = 625$

3. Barisan dan Deret Geometri

Perhatikan deretan angka berikut:
a. 2, 7, 12, 17, 22. . . .
b. 2,4,8, 16, 32, ...

Apakah perbedaan antara kedua barisan tersebut? Pada bagian **a**,terlihat bahwa suku-suku barisan berubah secara tetap karena operasi penjumlahan, yaitu ditambahkan dengan 5 untuk setiap suku berikutnya. Barisan ini disebut barisan aritmetika.

Pada bagian **b**, terlihat bahwa setiap suku barisan berubah juga secara tetap karena operasi perkalian, yaitu dikalikan dengan 2 untuk setiap suku berikutnya. Barisan ini disebut barisan geometri. Jadi, barisan geometri adalah suatu bilangan yang setiap suku berikutnya diperoleh dengan mengalikan suatu bilangan yang besarnya tetap ($r = rasio$). Jika diketahui barisan bilangan $U_1, U_2, U_3, U_4, \ldots U_4$ nilai r diperoleh dengan cara berikut.

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_4} = \cdots = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Dengan *r* merupakan bilangan konstan.

Bentuk umum barisan geometri dengan suku pertama a dan rasio r adalah sebagai berikut.

$$U_1 = a = ar^0 = ar^{1-1}$$

$$U_2 = U_1 r = ar^1 = ar^{2-1}$$

$$U_3 = U_2 r = ar^2 = ar^{3-1}$$

$$U_4 = U_3 r = ar^3 = ar^{4-1}$$

Rumus suku ke-n

barisan geometri

$$\boxed{U_n = ar^{n-1}}$$

Dengan:

U_n = suku ke-n barisan geometri

a = suku pertama

r = rasio antara dua suku yang berurutan, dan

n = banyak suku.

a. Suku tengah barisan geometri

Seperti halnya pada barisan aritmetika, suku tengah juga andapur pada barisan geometri dengan banyak suku ganjil. Misalkan diketahui barisan geometri dengan suku tengah U_t, dan banyak suku barisan tersebut (2*t*-1). Barisan tersebut dapat dengan $a, \ldots, U_r, \ldots., U_{2t-1}$. Berdasarkan rumus suku ke-n barisan geometri, diperoleh:

$$U_t = ar^{1-1}$$

$$U_t^2 = (ar^{1-1})^2$$

$$= (a^2 r^{2t-2})$$

$$= (a.ar^{(2t-2-2)})$$

$$= (U_1 . U_{2t-1})$$

$$U_t = \sqrt{U_1 . U_{2t-1}}$$

Oleh karena U_{2t-1} merupakan suku akhir dari barisan tersebut dan U_1 , merupakan suku pertama, diperoleh suku tengah barisan geometri adalah sebagai berikut.

$$U_{tengah} = \sqrt{U_{awal} . U_{akhir}}$$

b. Sisipan barisan geometri

Misalkan di antara dua bilangan real p dan q (dengan $p \neq q$), dapat disisipkan dengan s bilangan ($x \in$ bilangan asli). Bilangan-bilangan semula dengan bilangan-bilangan yang disisipkan tersebut akan membentuk suatu barisan geometri dengan pola berikut:

Bilangan-bilangan semula

$$\downarrow$$

$$p, pr, pr^2, pr^3, \dots, pr^s . q$$

Sisipkan sebanyak χ bilangan

Dengan menggunakan dua suku yang terakhir, dapat ditentukan rasio r dari barisan geometri tersebut sebagai berikut.

$$r = \frac{q}{pr^s}$$

$$\Leftrightarrow r . r^s = \frac{q}{p}$$

$$\Leftrightarrow r^s + 1 = \frac{q}{p}$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt[s+1]{\frac{q}{p}}$$

Dapat disimpulkan bahwa jika suatu barisan geometri terdiri atas *n* suku dan masing-masing suku disisipkan *s* suku sehingga terbentuk barisan geometri baru, rasio *r* dari barisan geometri baru tersebut adalah $= {}^{s+1}\sqrt{\frac{q}{p}}$, dengan p adalah suku pertama dan q adalah suku terakhir.

Contoh Soal:

1. Tentukan suku pertama , rasio, rumus suku ke-n, dan suku ke-8 dari barisan 128, 32, 8,...

   Penyelesaian:

   Suku pertama: $(U_1) = a = 128$

   Rasio (r) $= \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{23}{128} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

   Rumus suku ke-n $= ar^{n-1} = 128\ \left(\frac{1}{4}\right)^{n-r}$

   $= 2^7(2^{-2})^{n-1}$

   $= 2^7(2^{-2n+2})$

   $= 2^{9-2n}$

   Suku ke-8 (U_8) $= 2^{9-2(8)} = 2^{9-16}$

   $= 2^{-7}$

   $= \frac{1}{128}$

   jadi suku pertama , rasio, rumus suku ke-n, suku ke-8b barisan tersebut adalah 128, $\frac{1}{4}$, 2^{9-2n} , $\frac{1}{128}$

2. Diketahui barisana geometri dengan suku ke-8 dan suku ke-12 berurut-urut adalah 27 dan $\frac{16}{3}$. Tentukan suku kalimat barisan tersebut untuk rasio positif.

   Penyelesaian :

   Barisan geometri $U_n = ar^{n-1}$

   $U_{12} = ar^{11} = \frac{16}{3}$

   $U_8 = \underline{ar^7 = 27}$

   $r^4 = \frac{16}{81}$

   $r = \pm\frac{2}{3}$

Untuk rasio positif, substitusi nilai r = $\frac{2}{3}$ ke persamaan $ar^7 = 27$

$$ar^7 = 27$$

$$a\left(\frac{2}{3}\right)^7 = 27$$

$$a = \frac{3^{10}}{2^7}$$

$$U_5 = ar^4$$

$$= U_8.\frac{1}{r^3}$$

$$= 27.\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$$

$$= 27.\frac{1}{\frac{8}{27}}$$

$$= \frac{729}{8}$$

Jadi suku kelima barisan tersebut adalah $= \frac{729}{8}$

4. Deret Geometri (Deret Ukur)

Penjumlahan suku-suku dari barisan geometri yang berurutan disebut deret geometri. Seperti pada deret aritmetika, deret geometri juga dinyatakan dengan S_n, yaitu sebagai berikut

$S_n = U_1+U_2+U_2+U_1 +..... + U$

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1} \qquad ...... 1$$

Kalikan persamaan 1 dengan *r*.

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \qquad .... 2$$

Kurangkan persamaan 1 dan 2.

$$\begin{array}{r} S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1} \\ rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \; - \\ \hline \end{array}$$

$$S_n - rS_n = a - ar^n$$

$$S_n(1 - r) = a(1 - r^n)$$

Sehingga untuk $r < 1$, berlaku

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Atau untuk $r > 1$, berlaku

$$S_n = \frac{a\,(r^n - 1)}{r - 1}$$

Dengan

S_n = jumlah n suku pertama deret geometri

a= suku pertama

r = rasio (pembanding), dan

n = banyaknya suku

Contoh soal

1. Tentukan rasio, suku ke-10, dan jumlah 10 suku pertama dari deret geometri berikut.
   a. $3 + 6 + 12 + 24 + \ldots.$
   b. $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots.$

   Penyelesaian

a. $a = U_1 = 3$

$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = 2\ (r > 1)$

$U_n = ar^{n-1}$

$U_{10} = 3(2)^{10-1}$

$= 3(2)^9$

$= 3(512)$

$= 1.536$

$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

$= 3(1.024 - 1)$

$= 3(1.023)$

$= 3.069$

Jadi, rasio suku ke 10, dan jumlah 10 suku pertama deret tersebut berturut-turut adalah 2, 1.536 dan 3.069.

4. Deret Geometri Tak Hingga

Pada subbab sebelumnya telah dijelaskan mengenai deret geometri. Deret geometri adalah deret yang memiliki rasio atau perbandingan yang tetap antara suku-suku yang berurutan. Deret geometri dirumuskan sebagai berikut.

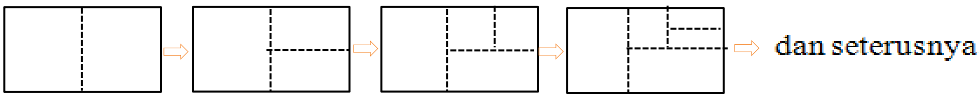
$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ untuk } r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \text{ untuk } r > 1$$

Pada subbab berikut, akan dijelaskan materi tentang deret geometr tak hingga. Deret geometri tak hingga adalah deret geometri yang banyak suku-sukunya tak hingga. Deret geometri tak hingga terdiri atas dua jenis, yaitu konvergen dan divergen. Deret geometri tak hingga disebut konvergen jika jumlah suku-suku deret geometri tak hingga tersebut terbatas atau menuju suatu bilangan tertentu. Sementara itu, deret geometri tak hingga disebut divergen jika jumlah suku-suku deret geometri tak hingga tersebut tidak terbatas terbury atau tidak menuju suatu bilangan tertentu.

Jika deret geometri tak hingga dengan-1 $< r <$ 1, suku-suku berikutnya akan semakin kecil dan mendekati nol. Dengan kata lain, untuk n mendekati tak hingga, maka r^n mendekati 0 atau dapat ditulis $\lim_{n\to\infty} r^n = 0$. Namun, meskipun banyak sukunya konsep tak hingga, jumlah dari semua suku deret tersebut terbatas atau menuju suatu bilangan tertentu (konvergen). Untuk memahami jumlah dari deret geometri tak hingga yang konvergen, perhatikan ilustrasi berikut.

Misalkan, selembar kertas berbentuk persegi panjang dibagi menjadi dua dan satu bagiannya dibagi lagi menjadi dua bagian. Bagian ini juga dibagi lagi menjadi dua bagian dan begitu seterusnya seperti Gambar 5.1.



Gambar 5.1 Deret Geometri tak hingga yang konvergen.

Pada pembagian pertama diperoleh setengah bagian, yang kedua seperempat bagian, yang ketiga seperdelapan bagian dan seterusnya sampai tak hingga. Secara teoritis, pembagian tersebut dapat dilakukan beerulang kali sampai tak hingga . tampak jelas bahwa jumlah seluruh hasil pembagian sampai tak hingga sama dengan jumlah kertas semula (1 bagian). Hasil ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=1$$

Untuk mendapatkan jumlah suku-suku deret geometri tak hingga yang konvergen, perhatikan uraian berikut:

$$S_n=\frac{a\,(1-r^n)}{1-r}$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{a\,(1-r^n)}{1-r}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a}{1-r}-\frac{ar^n}{1-r}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{a}{r-1}-\left(\frac{a}{r-1}\lim_{n\to\infty} r^n\right)$$

$$=\frac{a}{1-r}-\left(\frac{a}{1-r}.0\right)$$

$$S_\infty=\frac{a}{1-r}$$

Rumus tersebut dapat dituliskan juga sebagai berikut

1. $a=(1-r)S_\infty$untuk menentukan suku pertama deret geometri tak hingga.
2. $r=1-\frac{a}{S_\infty}$ untuk menentukan rasio deret geometri tak hingga

Jika deret geometri tak hingga dengan $r\leq -1$ atau $r\geq 1$maka suku-suku berikutnya akan naik atau semakin besar sehingga jumlah deret geometri tak hingganya tidak menuju suatu bilangan tertentu atau tidak terbatas. Dengan kata lain, untuk $r \leq -1$ atau $r \geq .$ jumlah deret geometri tak hingganya akan divergen.

Sementara itu, untuk deret geometri tak hingga konvergen $a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots$ berlaku rumus berikut.

1. Jumlah tak hingga untuk suku-suku ganjil adalah $S_\infty = \frac{a}{1-r^2}$
2. Jumlah tak terhingga untuk seperempat genap adalah $S_\infty = \frac{ar}{1-r^2}$

Contoh Soal

1. Tentukan jumalah tak terhingga dari deret geometri berikut:
   a. 54+18+ 6+2+. . .
   b. $\frac{1}{2} + 1 + 4 + 16 \ldots$

Penyelesaian:

a. $a = 54\ dan\ r = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{54}{1-\frac{1}{3}} = \frac{54}{\frac{2}{3}} = 81$

b. Oleh karena $r = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 > 1$, maka jumalah deret tak hingganya tidak ada.

5. Penerapan Konsep Barisan dan Deret.

Peda subbab berikut, akan diberikan berbagai macam kasus mengenai penerapan konsep barisan dan deret pada perhitungan bunga, pertumbuhan , peluruhan, dan anuitas. Untuk menyelesaikan kasus-kasus yang diberikan tersebut, terlebih dahulu Anda pahami apakah kasus tersebut termasuk dalam konsep barisan dan deret geometri. Kemudian, ubah kasus tersebut menjadi sebuah model matematika. Dengan demikian, kasus tersebut akan mudah diselesaikan.

Sebelum diberikan berbagai kasus yang berkaitan dengan baris dan deret akan dijelaskan pengertian tentang bunga, pertumbuhan ,peluruhan, dan anuitas. Bunga merupakan penambahan sejumla uang yang dibayarkan kepada pemilik modal pada setiap akhir jsngka waktu yang ditentukan sebagai imbalan atau jasa. Bunga terbagi atas bunga tunggal dan bunga majemuk. Bunga tunggal adalah bunga yang diterima pada setiap akhir jangka waktu yang besarnya tetap, sedangkan bunga majemuk adalah bunga pembayarannya dihitung berdasarkan pokok simpanan ditambah dengan jumlah total bunga yang diperoleh sebelumnya atau dapa juga diartikan dengan besarnya bunga yang dibayarkan pada setiap periode berikutnya berbeda jumlahnya. Oleh karena itu, bunga majemuk sering disebut dengan bunga berbunga.

Pertumbuhan adalah keadaan penambahan ukuran makhluk hidup (volume, massa, tinggi, dan panjang) yang dapat diukur dan dapat dinyatakan secara kuantitatif yang bersifat irreversible (tidak dapa kembali ke bentuk semula). Contohnya berat badan seseorang dari lahir sampai dewasa, tinggi kecambah kacang hijau dari hari pertan sampai tumbuhan itu mati, dan sebagainya.

Peluruhan berasal dari kata dasar 'luruh yang berarti peristiwa jatuh atau gugur karena sudah sampai pada waktunya. Oleh karena itu, peluruhan dapat diartikan sebagai proses, cara, atau perbuatan meluruhkan atau mengugurkan. Contohnya adalah peluruhan radioaktif. Peluruhan radioaktif adalah proses di mana inti atom yang tidak stab secara spontan akan berubah menjadi inti atom yang lebih stabil

Anuitas adalah sejumlah pembayaran pinjaman yang sama besa yang dibayarkan setiap jangka waktu tertentu dan terdiri atas bagian angsuran.

DAFTAR PUSTAKA

Ariani Nita, *Misteri Barisan dan Deret Bilangan*, (Bogor : PT. Regina Eka Utama, 2010)

Dhoruri Atmini, *Barisan dan Deret Bilangan*

E-book, “Barisan dan Deret”

https://kumparan.com/kabar-harian/barisan-dan-deret-aritmatika-pengertian-rumus-dan-contoh-soal-1yVUPdUgVVs

Istikomah, *Modul Pembelajaran SMA Matematika Umum*, (NTB : 2020)

Masribani Tuti, dkk, *Matematika Program Keahlian Akuntansi dan Penjualan,* (Jakarta : Erlangga, 2008)

Nama lengkap saya Rohayati, dengan NPM 1611050360. Saya beralamat di Moris Jaya, RT 02, RW 03, Banjar Agung, Kec. Tulang Bawang, Lampung. Saya merupakan putri bungsu dari tiga bersaudara

Riwayat pendidikan :
TK AL-Hikmah Tahun 2004
SD N 01 Moris Jaya Tahun 2004 – 2010.
SMP N 01 Banjar Agung Tahun 2010 – 2013.
SMA N 01 Banjar Agung Tahun 2013 – 2016.
Dan hingga saat ini saya masih menjadi Mahasiswi Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Raden Intan Lampung. Penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di desa Merbau Mataram, Kecamatan Merbau Mataram, Kabupaten Lampung Selatan. Penulis juga melakukan Praktik Pengalaman Lapangan (PPL) di SMP Islam El Syihab Sukabumi Bandar Lampung.

KEMENTRIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI RADEN INTAN LAMPUNG
PUSAT PERPUSTAKAAN

Jl. Letkol H. Endro Suratmin, Sukarame I, Bandar Lampung 35131
Telp.(0721) 780887-74531 Fax. 780422 Website: www.radenintan.ac.id

SURAT KETERANGAN

Nomor: B-1521/ Un.16 / P1 /KT/VII/ 2023

Assalamu'alaikum Wr.Wb.

Saya yang bertandatangan dibawah ini:

Nama : Dr. Ahmad Zarkasi, M. Sos. I
NIP : 197308291998031003
Jabatan : Kepala Pusat Perpustakaan UIN Raden Intan Lampung
Menerangkan bahwa artikel ilmiah dengan judul

MATEMATIKA BERNILAI KEISLAMAN DENGAN MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

Karya

NAMA	NPM	FAK/PRODI
ROHAYATI	1611050360	FTK/P MTK

Bebas Plagiasi sesuai Cek di Prodi dengan tingkat kemiripan sebesar **22%**. Dan dinyatakan ***Lulus*** dengan bukti terlampir.

Demikian Keterangan ini kami buat, untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Bandar Lampung, 28 Jul 2023
Kepala Pusat Perpustakaan

Dr. Ahmad Zarkasi, M. Sos. I
NIP. 197308291998031003

Ket:

1. Surat Keterangan Cek Turnitin ini Legal & Sah, dengan Stempel Asli Pusat Perpustakaan.
2. Surat Keterangan ini Dapat Digunakan Untuk Repository
3. Lampirkan Surat Keterangan Lulus Turnitin & Rincian Hasil Cek Turnitin ini di Bagian Lampiran Skipsi Untuk Salah Satu Syarat Penyebaran di Pusat Perpustakaan.

KEMENTERIAN AGAMA
UIN RADEN INTAN LAMPUNG
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
Alamat : Jl. Let.Kol. H. Endro Suratmin Sukarame 1 Bandar Lampung 35131 ☎ (0721) 703260

SURAT KETERANGAN HASIL SIMILARITY TURNITIN

Berdasarkan Surat Rektor UIN Raden Intan Lampung Edaran nomor 3432/UN.16/R/HK.007/09/2018 tentang Penggunaan Aplikasi Plagiarism Checker Turnitin dalam Penyusunan Karya Ilmiah Dosen dan Mahasiswa di Lingkungan UIN Raden Intan Lampung, maka saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama	: Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
NIP	: 198906052015031004
NIDN	: 2005068901
Pangkat Golongan	: III D
Prodi	: Pendidikan Matematika
Fakultas	: Tarbiyah dan Keguruan
Jabatan	: Sekretaris Jurusan Pendidikan Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa Buku dengan judul : "Matematika Bernilai Keislaman dengan Materi Barisan dan Deret Aritmatika", disusun oleh Rohayati, NPM: 1611050360.
Telah dicek kesamaan (similarity) menggunakan Turnitin dengan hasil kesamaan sebesar 22 % (Dua Puluh Dua Persen).

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Bandar Lampung, Juni 2023

Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
NIP. 198906052015031004

buku rohayati

ORIGINALITY REPORT

22%	22%	7%	10%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	repository.uinsu.ac.id Internet Source	3%
2	repository.radenintan.ac.id Internet Source	2%
3	anyflip.com Internet Source	2%
4	www.alquranpedia.org Internet Source	2%
5	repositori.kemdikbud.go.id Internet Source	1%
6	vdokumen.net Internet Source	1%
7	bungatinimtkkrpc.blogspot.com Internet Source	1%
8	farisrazanahz.blogspot.com Internet Source	1%
9	www.scribd.com Internet Source	1%
10	eprints.iain-surakarta.ac.id Internet Source	1%