MENGUASAI

Bilangan Bulat dan Pecahan Serta Pola dan Barisan Bilangan

Nur Ardiyusuf
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Netriwati, M.Pd
Abi Fadila

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas rahmat dan kasih sayang-Nya kami dapat menyelesaikan buku ini dengan sebaik – baiknya. Buku ini kami tujukan untuk membantu peserta didik untuk dapat belajar secara mandiri dalam mempersiapkan diri sebagai generasi penerus bangsa, juga bisa dijadikan sebagai bahan ajar dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar, dan secara umum sangat diharapkan agar dapat membantu suksesnya pendidikan nasional dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa.

Matematika merupakan mata pelajaran yang diajarkan di setiap jenjang pendidikan di Indonesia mulai dari TK, Sekolah Dasar (SD), Sekolah Menengah Pertama (SMP) sampai dengan Sekolah Menengah Atas 1(SMA) bahkan sampai jenjang Perguruan Tinggi. Lebih dari pada itu, matematika merupakan mata pelajaran yang diujikan pada ujian akhir nasional. 1Ini mengindikasikan bahwa matematika merupakan ilmu yang sangat penting dikuasai oleh setiap warga negara.

Dalam buku ini disajikan ringkasan materi matematika tentang aritmatika sosial, soal sekaligus pembahasannya yang sangat mudah untuk dipahami.

Terimakasih banyak penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya buku ini sehingga dapat disajikan kepada siswa. Namun demikian buku ini pastilah tak luput dari banyak kekurangan, oleh karena itu berbagai macam saran dan kritik kami sangat harapkan untuk perbaikan dan kesempurnaan buku ini.

Bandar Lampun,   Mei 2021

penulis

BAB I

BILANGAN BULAT DAN PECAHAN

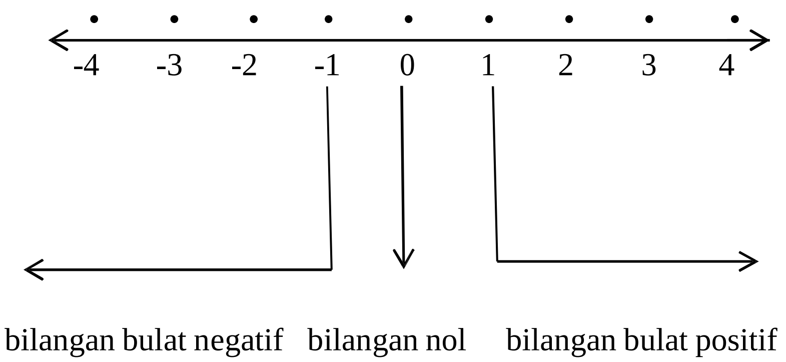
A. SEJARAH PENEMU TEORI BILANGAN BULAT DAN PECAHAN

Leonardo da Pisa atau *Leonardo Pisano* (1175-1250) merupakan matematikawan yang berasal dari Italia, dimana beliau adalah penemu bilangan Fibonacci, sehingga nama Fibonacci melekat pada dirinya. *Leonardo* berperan dalam mengenalkan sistem penulisan bilangan Arab ke dunia Eropa. Bapak dari *Leonardo*, *Guilielmo* (*William*) mempunyai nama panggilan *Bonacci* yang artinya "bersifat baik" atau "sederhana. Setelah meninggal, *Leonardo* sering disebut dengan nama *Fibonacci* (dari kata *filius Bonacci,* anak dari *Bonacci*), *William* memimpin sebuah pos perdagangan (beberapa catatan menyebutkan beliau adalah perwakilan dagang untuk Pisa) di Bugia, Afrika Utara (sekarang Bejaia, Aljazair). Sebagai anak muda, Leonardo berkelana kesana untuk menolong ayahnya. Disanalah Leonardo belajar tentang sistem bilangan Arab.

Melihat sistem bilangan Arab lebih sederhana dan efisien dibandingkan bilangan Romawi, Fibonacci kemudian berkelana ke penjuru daerah mediterania untuk belajar kepada matematikawan Arab yang terkenal pada masa itu. Leonardo baru pulang kembali sekitar tahun 1200-an. Pada tahun 1202, di usia 27, ia menuliskan apa yang dipelajari dalam buku *Liber abaci* atau buku perhitungan ini menunjukkan kepraktisan sistem bilangan Arab dengan cara menerapkannya ke dalam pembukuan dagang, konversi berbagai ukuran dan berat, perhitungan bunga, pertukaran uang dan berbagai aplikasi lainnya. Buku ini disambut baik oleh kaum terpelajar Eropa, dan menghasilkan dampak yang penting kepada pemikiran Eropa, meski penggunaannya baru menyebar luas setelah ditemukannya percetakan sekitar tiga abad berikutnya.

B. PENGERTIAN BILANGAN BULAT

Bilangan bulat terdiri atas bilangan bulat positif atau bilangan asli, bilangan nol dan bilangan bulat negatif. Bilangan bulat digambarkan pada garis bilangan sebagai berikut.



Bilangan Bulat	
Bilangan bulat positif	{1, 2, 3,...}
Bilangan nol	{0}
Bilangan bulat Negatif	{-1,-2,-3,...}

Dalam bilangan bulat mengenal beberapa istilah bilangan bulat antara lain :

Jenis Bilangan	Anggota	Keterangan
Bilangan Cacah	{0,1,2,3,...}	Bilangan dimulai dari angka 0
Bilangan Asli	{1,2,3,4,...}	Bilangan dimulai dari angka 1
Bilangan Genap	{2,4,6,8,...}	Bilangan habis dibagi 2
Bilangan Ganjil	{1,3,5,7,...}	Bilangan tak habis dibagi 2 (besisisa)
Bilangan Prima	{2,3,5,7,...}	Bilang asli hanya habis dibagi oleh bilangan satu serta bilangannya sendiri

C. OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT

Operasi hitung pada bilangan bulat meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan perpangkatan.

1. Penjumlahan dan Pengurangan

Pada operasi hitung penjumlahan maupun pengurangan bilangan bulat berlaku berikut :

$a + b$	$= a + b$
$a - b$	$= a + (-b)$
$-a + (-b)$	$= -(a + b)$
$a - (-b)$	$= a + b$

Contoh:

a. $5 + 4 = 9$

b. $7 - 3 = 7 + (-3) = 4$

c. $-3 + (-2) = -(3 + 2) = -5$

d. $9 - (-5) = 9 + 5 = 14$

2. Perkalian dan Pembagian

Operasi penjumlahan secara berulang adalah arti dari perkalian, sedangkan kebalikan dari perkalian adalah arti dari pembagian

Contoh:

$4 \times 3 = 4 + 4 + 4 + 4 = 12$

$$45 : 5 = 45 \times \frac{1}{5} = 9$$

Sama halnya penjumlahan dan pengurangan perkalian dan pembagian bilangan bulat juga berlaku berikut :

$a \times b = ab$	$a : b = \frac{a}{b}$
$a \times (-b) = -ab$	$a : (-b) = -\frac{a}{b}$
$(-a) \times b = -ab$	$(-a) : b = -\frac{a}{b}$
$(-a) \times (-b) = ab$	$(-a) : (-b) = \frac{a}{b}$

Contoh:

a. $5 \times 6 = 30$

b. $4 \times (-7) = -28$

c. $(-3) \times 4 = -12$

d. $(-6) \times (-7) = 42$

3. Sifat-sifat penjumlahan pada himpunan operasi Bilangan Bulat

Sifat	Operasi Pada
Komutatif (Ketertutupan)	Penjumlahan : $a + b = b + a$
	Perkalian : $a \times b = b \times a$
Asosiatif (pengelompokkan)	Penjumlahan : $a + (b + c) = (a + b) + c$
	Perkalian : $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
Distributif (penyebaran)	Perkalian terhadap Penjumlahan : $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
	Perkalian terhadap Pengurangan : $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

Contoh :

1. $2 + 8 = 8 + 2$

   $10 = 10$

2. $3 \times 9 = 9 \times 3$

   $27 = 27$

3. $2 + (6 + 5) = (2 + 6) + 5$

$2 + 11 = 8 + 5$

$13 = 13$

4. $5 \times (2 \times 3) = (5 \times 2) \times 3$

$5 \times 6 = 10 \times 3$

$30 = 30$

5. $3 \times (2 + 4) = (3 \times 2) + (3 \times 4)$

$3 \times 6 = 6 + 12$

$18 = 18$

6. $3 \times (4 - 2) = (3 \times 4) - (3 \times 2)$

$3\,x\,2 = 12 – 6$

$6 = 6$

D. PANGKAT DAN AKAR BILANGAN BULAT

1. Kuadrat dan Pangkat Tiga Bilangan Bulat

a. Kuadrat Bilangan Bulat (Pangkat dua)

Didapatkan dari perkalian bilangnya sendiri secara berulang sebanyak dua kali

$a^2 = a \times a$

Contoh :

$2^2 = 2 \times 2 = 4$

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

b. Pangkat Tiga Bilangan Bulat

Didapatkan dari perkalian bilangannya sendiri secara berulang sebanyak tiga kali.

$a^3 = a \times a \times a$

Contoh:

$4^2 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$(-5)^2 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$

2. Akar Kuadrat dan Akar Pangkat Tiga

a. Akar kuadrat

Merupakan kebalikan dari kuadrat (pangkat dua).

Lambangnya $\sqrt{}$ (akar pangkat dua)

Contoh :

$\sqrt{64}$ = $\pm$ 8, sebab 8^2 = 64 dan $(-8)^2$ = 49

b. Akar pangkat tiga

Merupakan kebalikan dari pangkat tiga.

Lambangnya $\sqrt[3]{}$ (akar pangkat tiga)

Contoh :

$\sqrt[3]{216}$ = 6, karena 6^3 = 216

E. BILANGAN PECAHAN

Bilangan pecahan merupakan bilangan yang terdiri dari pembilang serta penyebut. Bentuk umum bilangan pecahan adalah $\frac{a}{b}$ dengan a = pembilang, b = penyebut, serta a dan b merupakan bilangan bulat.

1. Jenis-Jenis Bilangan Pecahan

a. Pecahan Biasa

Pembilangnya lebih kecil dari penyebut $\frac{a}{b}$; a < b

Contoh : $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{11}$

b. Pecahan campuran

Pembilangnya lebih besar dari penyebut $\frac{a}{b}$; a > b

Contoh : $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}, \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}, \frac{20}{11} = 1\frac{9}{11}$

c. Pecahan desimal

Pecahan yang dalam penulisannya menggunakan tanda koma. Contoh: 0,5; 1,75

Bentuk desimal dapat diubah ke pecahan biasa atau campuran dengan menggeser tanda koma ke arah kanan dengan memperhatikan persepuluhan, perseratusan, perseribuan dst.

Contoh;

Bentuk pecahan dari 0,5 adalah tanda koma digeser kekanan 1 kali sehingga 0,5 menjadi 5, pergeseran sebanyak 1 kali, maka nilai hasil pergeseran dikalikan dengan persepuluhan menjadi

5 x $\frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

bentuk pecahan dari 1,75 tanda koma digeser kekanan 2 kali sehingga 1,75 menjadi 175 pergeseran sebanyak 2 kali, maka nilai hasil pergeseran dikalikan dengan perseratusan menjadi

175 x $\frac{1}{100} = \frac{175}{100} = 1\,\frac{75}{100} = 1\,\frac{3}{4}$

d. Pecahan persen

Pecahan yang menggunakan lambang % yang berarti perseratus.

a % berarti $\frac{a}{100}$

1) Mengubah bentuk persen ke pecahan biasa

25 % = $\frac{25}{100} = \frac{25:25}{100:25} = \frac{1}{4}$

2) Mengubah bentuk persen menjadi pecahan desimal

35 % = $\frac{35}{100} = 0{,}35$

3) Mengubah bentuk pecahan menjadi bentuk persen

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} x\ 100\ \% = \frac{300}{4}\ \% = 75\ \%$

$\frac{10}{25} = \frac{10\ x\ 4}{25\ x\ 4} = \frac{40}{100} = 40\ \%$

$\frac{225}{500} = \frac{225:5}{500:5} = \frac{45}{100} = 45\ \%$

e. Pecahan permil

Pecahan yang menggunakan lambang $^{0}/_{00}$ yang berarti perseribu.

a $^{0}/_{00}$ (a permil) $\frac{a}{1000}$

Contoh : 20 $^{0}/_{00}$ = $\frac{20}{1000}$ = $\frac{2}{100}$ = 2%

2. Operasi Hitung Pada Bilangan Pecahan

a. Penjumlahan

1) Penjumlahan pada pecahan biasa

Penyebutnya disamakan dulu baru dijumlah

Contoh :

$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$

Apabila penyebutnya tidak sama cari KPK dari penyebutnya itu.

KPK dari 3 dan 4 adalah 12 (cara mencari KPK lihat dari Bab FPB dan KPK) sehingga perhitungannya menjadi :

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{4}=\frac{4}{12}+\frac{6}{12}=\frac{10}{12}=\frac{10:2}{12:2}=\frac{5}{6}$$

Ada cara lain dengan tidak menggunakan KPK yaitu dengan mengalihkan penyebutnya.

Dapat dirumuskan sebagai berikut :

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{(bd:bxa)}{bd}+\frac{(bd:dxc)}{bd}=\frac{(dxa)+(bxc)}{bd}\ atau\ \frac{(axd)+(bxc)}{bd}$

Contoh :

$\frac{2}{3}+\frac{4}{7}=\frac{(7x2)+(3x4)}{3x7}=\frac{14+12}{21}=\frac{26}{21}$

2) Penjumlahan pada pecahan campuran

Apabila penyebut sudah sama,penjumlahan bisa langsung dilakukan

Contoh :

$5\frac{2}{5}+4\frac{1}{5}=5+4+\frac{2+1}{5}=9\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$

Apabila penyebutnya tidak sama, maka harus disamakan dulu

$1\frac{2}{5}+3\frac{1}{6}=1+3+\frac{2}{5}+\frac{1}{6}=4\frac{2}{5}+\frac{1}{6}=4\frac{17}{20}$

$\frac{2}{5}+\frac{1}{6}=\frac{(2x6)+(5x1)}{5x6}=\frac{12+5}{20}=\frac{17}{20}$

3) Penjumlahan pada pecahan desimal

Dengan cara bersususn pendek, tanda koma lurus ke bawah

Contoh :

0,75 + 0,655 =.....

0,75

$\frac{0{,}655}{1{,}405}+$

15,546 + 1,75 + 0,40 =

15,546

1,75

$\frac{0{,}40}{17{,}696}+$

b. Pengurangan

Sama dengan penjumlahan pengurangan juga terdiri dari

1) Pengurangan pada pecahan biasa

Penyebutnya disamakan dulu baru dijumlah

Contoh :

$\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}-\frac{1}{5}=$

Apabila penyebutnya tidak sama cari KPK

$$\frac{2}{4}-\frac{1}{5}=\frac{(2\times 5)-(1\times 4)}{4\times 5}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$$

2) Pengurangan pada pecahan desimal

Dengan cara bersusun pendek, tanda koma lurus ke bawah.

Contoh :

0,75 $-$ 0,655 =.....

0,75

$\frac{0{,}655}{0{,}095}-$

15,546 $-$ 1,75 $-$ 0,40 =

15,546

1,75

$\frac{0{,}40}{13{,}396}-$

BAB II

POLA DAN BARISAN BILANGAN

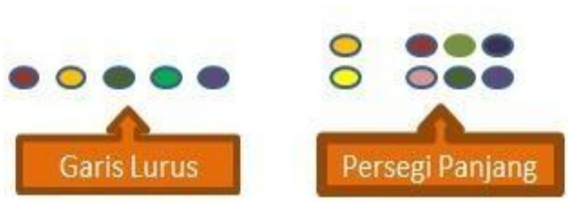
KAJIAN PUSTAKA

A. POLA DAN BARISAN BILANGAN

1. POLA BILANGAN

Susunan bilangan yang dibentuk dengan aturan tertentu merupakan arti dari pola bilangan.

a. Pola Garis Lurus dan Persegi Panjang



Pola persegi panjang merupakan kumpulan noktah yang berjumlah 2, 6, 12, dst . Dalam menentukan pola bilangan persegi panjang dapat menggunakan rumus Un = n (n+1) dengan syarat *n* adalah bilangan bulat positif

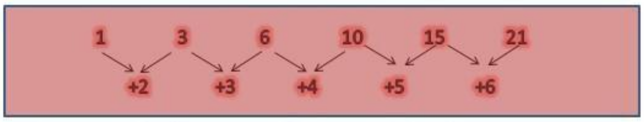
b. Pola Persegi

Pola persegi merupakan kumpulan noktah dengan sisi yang sama. Pola persegi antara lain : 1, 4, 9, dst. Dalam menentukan pola bilangan persegi dapat menggunakan rumus $U_n = n^2$ dengan syarat *n* adalah bilangan bulat positif.

c. Pola Segitiga

Pola bilangan ini merupukan kumpulan noktah yang berbentuk segitiga sama sisi. Ada dua langkah dalam menentukan pola bilangan segitiga ini antara lain :

Langkah ke-1 : dengan cara mengikuti pola berikut ini



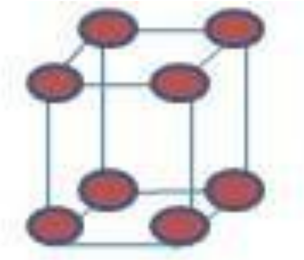
Kita mulai dengan angka 1 yang kemudian ditambahkan angka setelah angka satu yaitu 2 yang menghasilkan 3 dan 3 ditambahkan dengan 3 dimana tiga adalah bilangan setelah dua yang kemudian hasil jumlahnya 6, 6 dijumlahkan dengan bilangan berikutnya dari 3 dan menghasilkan 10, 10 dijumlahkan lagi dengan bilangan setelah empat yaitu lima akan menghasilkan 15 dan begitu seterusnya.

Cara 2: pola bilangan segitiga antara lain 1, 3, 6,10 dst. Bilangan tersebut dapat diperoleh dengan cara ke-2 yaitu menentukan pola segitiga dengan menggunakan rumus Un = n/2 (n+1). Sehingga dihasilkan bentuk seperti dibawah ini dengan urutan-urutan bilangannya.

d. Pola Kubus

Dalam pola kubus dapat ditentukan dengan menggunakan rumus $Un = n^3$

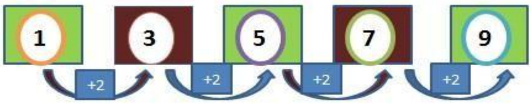
Sebab terbentuk dari bilangan kubik.



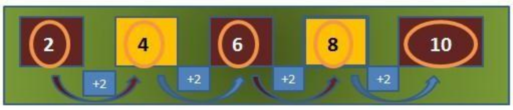
e. Pola Bilangan Ganjil Dan Genap

Pola bilangan yang terbentuk dari penjumlahan bilangan sebelumnya ditambah dua

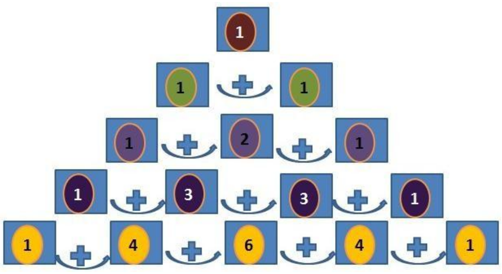
Contoh Pola Bilangan Ganjil



Contoh Pola Bilangan Genap

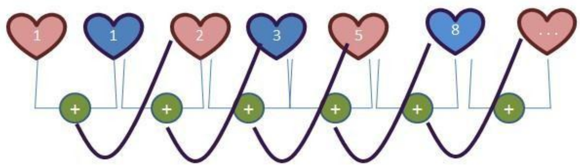


f. Pola Bilangan Segitiga Pascal



Jumlah bilangan pada baris ke-n adalah Sn = 2^{n-1}

g. Pola Bilangan Fibonaci



2. BARISAN BILANGAN

Barisan Bilangan merupakan bilangan-bilangan yang diurutkan dengan aturan tertentu dan setiap bilangan disebut dengan suku. Barisan aritmatika dan barisan geometri adalah contoh dari barisan bilangan.

B. BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

1. BARISAN ARITMATIKA

Barisan Aritmatika adalah barisan yang memiliki beda atau selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap (konstan).

Dalam barisan aritmatika akan mengenal istilah suku pertama ($\boldsymbol{U_1 = a}$) **,** selisih (beda) antara dua suku berurutan ($\boldsymbol{b = U_n - U_{n-1}}$), dan suku barisan ke-$n$($\boldsymbol{Un}$). Bentuk umum suku ke-n barisan aritmatika sebagai berikut :

$$\boxed{\boldsymbol{Un = a + (n-1)\,b}}$$

dengan b sebuah konstanta yang tidak bergantung pada n.

2. DERET ARITMATIKA

Deret Aritmatika adalah penjumlahan dari suku-suku pada barisan aritmatika. Deret aritmatika disimbolkan dengan Sn yang merupakan jumlah n suku pertama pada barisan aritmatika. Bentuk umum jumlah n deret aritmatika sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Sn = \frac{n}{2}\ (2a + (n-1)\ b)}$$

atau

$$\boldsymbol{Sn = \frac{n}{2}\ (a + Un)}$$

C. BARISAN DAN DERET GEOMETRI

1. BARISAN GEOMETRI

Barisan geometri adalah suatu barisan bilangan yang memiliki ciri bahwa perbandingan atau rasio antara dua suku yang berurutan tetap.

Jika suku pertama (U_1) dinyatakan dengan $\boldsymbol{a}$**,** rasio (r) yaitu perbandingan dua suku berurutan diberi notasi $\boldsymbol{r}$, dan suku barisan ke-n dilambangkan ($\boldsymbol{Un}$)**,** maka bentuk umum barisan geometri adalah sebagai berikut.

$$\boldsymbol{Un = \ a + r^{n-1}}$$

Dengan Un : suku ke-n

a : suku pertama

r : rasio antara dua suku yang berurutan

n : banyak suku

2. DERET GEOMETRI

Deret Geometri merupakan penjumlahan suku-suku dari barisan geometri. Seperti pada deret aritmatika, deret geometri juga dinyatakan dalam bentuk Sn.

Deret Geometri memiliki dua jenis yaitu deret geometri naik atau rasio lebih dari 1 (r > 1) dan deret geometri turun atau rasio kurang dari 1 (r < 1).

Adapun rumus umum deret geometri, untuk r > 1 adalah :

$$\boxed{Sn = \frac{a\,(r^n - 1)}{r - 1}}$$

Dan, untuk deret geometri dengan r < 1 adalah :

$$\boxed{Sn = \frac{a\,(1 - r^n)}{1 - r}}$$

Dimana Sn adalah jumlah n suku pertama.

3. DERET GEOMETRI TAK HINGGA

Deret geometri tak hingga dibagi menjadi dua yaitu deret geometri tak hingga divergen dan deret geometri tak hingga konvergen.

A. Deret Geometri Tak Hingga Divergen

Deret geometri tak hingga divergen adalah deret geometri yang jumlah suku-sukunya tidak terbatas

Atau tidak menuju suatu bilangan tertentu. Deret ini jika $r \leq -1$ atau $r \geq 1$.

B. Deret Geometri Tak Hingga Konvergen

Deret geometri tak hingga konvergen adalah deret geometri yang jumlah suku-sukunya memiliki batas atau limit. Deret ini berlaku jika -1 < r < 1.

Jumlah suku-suku deret geometri tak hingga (S∞) dengan -1 < r < 1 adalah sebagai berikut.

$$\boxed{S\infty = \frac{a}{1 - r}}$$

DAFTAR PUSTAKA

Dewi Nuharini, Tri Wahyuni, Matematika Konsep dan Aplikasinya 2 untuk Kelas VIII SMP dan Mts(Jakarta: Depertemen Pendidikan Nasiona,2008l)

Kasmina, Erlangga X-Press UN SMK/MAK 2019 Matematika (Jakarta : PT Gelora Aksara Pratama, 2019)

Kasmina, Toali, Matematika Untuk SMK/MAK (Jakarta : PT Gelora Aksara Pratama, 2013)

Sifa, Sirona Amirul dan Suparmin, Media Provesional Matematika untuk SMA/MA Kelas XII IPA (Surakarta: Mediatama,2007)

Wirodikromo , S, Matematika untuk SMA X-XII(Jakarta:Erlangga,2007)