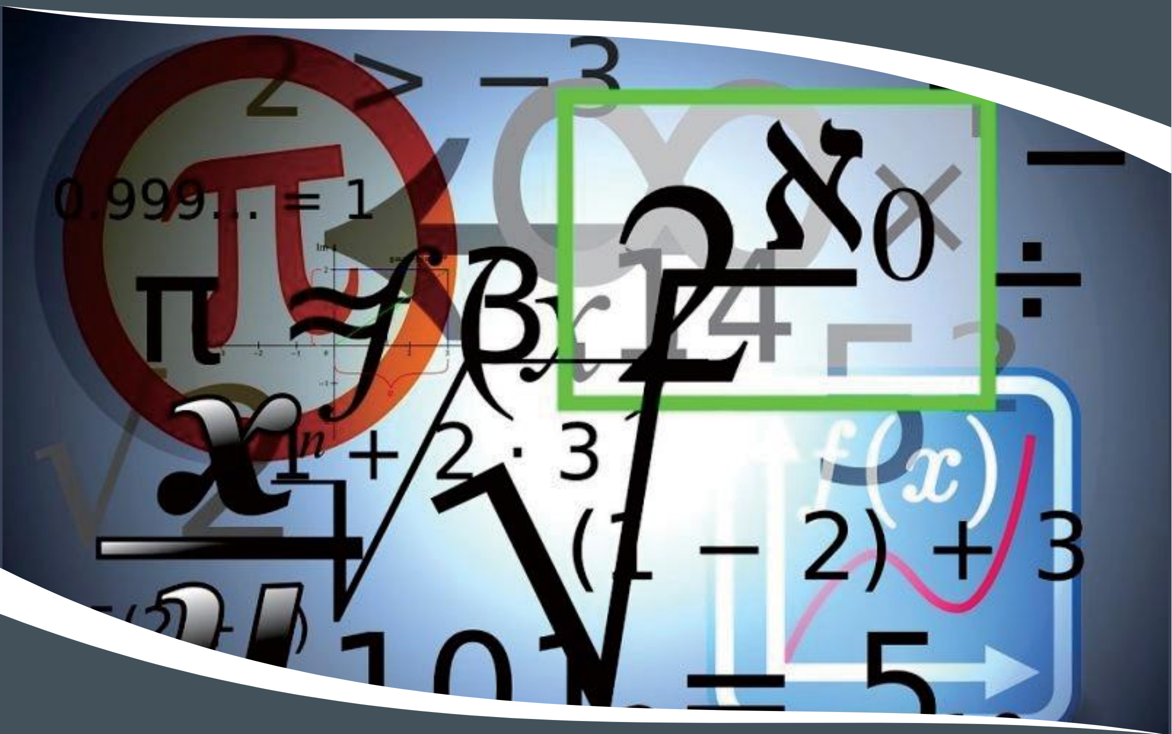
Eva Risdaniati
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Riyama Ambarwati, M.Si

PERPANGKATAN DAN BENTUK AKAR

SOal dan Pembahasan



Eva Risdaniati
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Riyama Ambarwati, M.Si

PERPANGKATAN DAN BENTUK AKAR

Soal dan Pembahasan

Penerbit **Arjasa Pratama**, Bandar Lampung

PERPANGKATAN DAN BENTUK AKAR
Soal dan Pembahasan

Eva Risdaniati
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Riyama Ambarwati, M.Si

Pemindai Aksara : Hermansyah
Penata Letak: Roni Fajar
Desain Sampul : Nu'man

Penerbit:
Arjasa Pratama
Jl. Veteran I No 18 Harapan Jaya, Sukarame, Bandar Lampung
cvarjasapratama@gmail.com | 0721-5640386 | 0852 3194 5055
Anggota IKAPI Jakarta
www.arjasapratama.com

Cetakan Pertama : April 2021

ISBN : 978-623-96842-2-8

Dicetak oleh Percetakan CV Arjasa Pratama, Bandar Lampung
Isi diluar tanggung jawab Percetakan

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah memberikan hidayah-Nya karena atas izin dan kuasa-Nya kami dapat menyelesaikan buku ini dengan sebaik-baiknya. Buku ini ditujukan untuk membantu peserta didik untuk dapat belajar mandiri dalam mempersiapkan diri sebagai penerus generasi bangsa dan juga dapat dijadikan sebagai bahan ajar dalam pelaksanaan kegiatan belajar mengajar.

Dalam buku ini disajikan ringkasan materi matematika tentang Perpangkatan dan Bentuk Akar, soal sekaligus pembahasan yang sangat mudah dipahami.

Terima kasih banyak kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya buku ini sehingga dapat disajikan kepada peserta didik. Namun demikian buku ini pastilah tak sempurna yang tak luput dari kesalahan dan kekurangan, oleh karena itu saran dan kritikan yang membangun kami sangat harapkan untuk perbaikan dan kesempurnaan buku ini.

Penulis

Eva Risdaniati

DAFTAR ISI

BAB I
SEJARAH PERPANGKATAN DAN BENTUK ALJABAR

Matematika merupakan suatu ilmu yang berhubungan dengan penelahaan bentuk-bentuk atau strukturstruktur yang abstrak dan hubungan-hubungannya diantara hal-hal itu. Matematika juga dapat diartikan sebagai ilmu tentang logika mengenai bentuk susunan, besaran dan konsep-kosep hubungan yang terbagi ke beberapa bidang.[1]

Matematika juga sangat berkembnag dalam ilmu teknologi yang mengarah pada pikir manusia dan kedisiplinan ilmu. Pelajaran matematika juga bertujuan mengembangkan kreatifitas dan melatih dayapikir peserta didik dalam penyelesaian masalah, pemahaman, penalaran, dan komunikasi.

Perpangkatan merupakan bagian dari ilmu matematika yang berhubungan dengan pangkat dan akar. Pangkat sendiri adalah perkalian berulang dari suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri.

A. Sejarah Perpangkatan

Bilangan berpangkat sangatlah membantu kita dalam mempersingkat bilangan yang relatif besar atau kecil sekali semisal 0,00000099 ditulis dalam bilangan berpangkat menjadi $9{,}9 \times 10^{-7}$.

Adapun orang yang pertama kali menemukan bilangan berpangkat atau eksponen adalah John Napier (1550-1617). John Napier merupakan seorang bangsawan dari Merchiston, Skotlandia.

---

[1] Ali Hamzah, *Perencanaan Dan Strategi Pembelajaran Matematika* (Jakarta: Raja Grafindo, 2014).h.,48

Dia juga merupakan penemu bilangan logaritma, yang memang ada hubungannya dengan bilangan eksponen. Napier menyadari bahwa setiap bilangan biasa diubah dalam bentuk eksponen maupun logaritma, agar bilangan tersebut biasa dirubah dalam bentuk yang lebih sederhana.

B. Fungsi Perpangkatan Dalam Kehidupan Sehari-hari

Bilangan berpangkat (eksponen) tentu sangatlah membantu dalam beberapa askpek kehidupan seperti dalam bidang pendidikan misalnya dalam Perhitungan sebuah rumus atau perbandingan. Contoh dalam pelajaran ekonomi (perhitungan bunga majemuk) apabila suku bunga yang dibayarkan sebanyak 1 kali dalam dalam setahun, maka dapat dihitung dengan rumus: $Mn = M(1+i)^n$.

Kemudian dalam pelajaran biologi, fungsi perpangkatan digunakan untuk mengukur pertumbuhan penduduk dan pertumbuhan perusahaan yang dimulai dari awal waktu hingga batas waktu tertentu. Dalam menghitung pertumbuhan biologis dapat dirumuskan: $N = No(R)^t$. Masih banyak tentunya penerapan konsep perpangkatan pada cabang ilmu pengetahuan lainnya.

C. Hubungan Ayat Al-Qur’an Dengan Perpangkatan

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai berbagai problem atau permasalahan yang berkaitan dengan perpangkatan. Berbagai bidang kehidupan telah mengangkat permasalahan-permasalahan perpangkatan ke dalam bidang mereka sendiri. Baik dari bidang pendidikan maupun bidang lainnya. Arti dari perpangkatan adalah perkalian berulang dari suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri.

Istilah pangkat dalam ayat Al-Qur'an dapat dipahami dari surat Al-Hadiid ayat 11 yang berbunyi :

مَّن ذَا ٱلَّذِي يُقۡرِضُ ٱللَّهَ قَرۡضًا حَسَنًا فَيُضَٰعِفَهُۥ لَهُۥ وَلَهُۥٓ أَجۡرٌ كَرِيمٌ ١١

Artinya: *Siapakah yang mau meminjamkan kepada Allah pinjaman yang baik, Maka Allah akan melipat-gandakan (balasan) pinjaman itu untuknya, dan dia akan memperoleh pahala yang banyak*[2].

Ayat diatas dapat disimpulkan bahwa setiap kita meminjamkan kebaikan, maka kita akan mendapatkan pinjaman kebaikan yang berlipat ganda.

---

[2] Departemen Keagamaan, *Qur'an Dan Terjemahannya Surat Al-Hadiid ayat 11*

BAB II

PETA KONSEP

PERPANGKATAN DAN BENTUK AKAR

Pada mata pelajaran IPA sering kita jumpai bilangan-bilangan berbentuk seperti kecepatan cahaya = 3 x 10^8m/detik, massa bumi = 5,98$\times 10^{24}$ kg, massa elektron = 9,1 $\times 10^{-31}$kg dan massa molekul oksigen = 5,3 $\times 10^{-26}$ kg.

Pada penulisan tersebut ternyata kita sudah menggunakan bilangan berpangkat baik dengan pangkat positif ataupun dengan pangkat negatif[1]. Untuk mempelajari lebih lanjut perihal bilangan berpangkat marilah kita ikuti pembahasan berikut:

A. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar

1. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat

a. Arti Bilangan Berpangkat

Arti bilangan berpangkat adalah perkalian berulang dari suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri.

Contoh :

- 5^2 dibaca “lima pangkat dua” yang mempunyai arti = 5×5
- 5^3 dibaca “lima pangkat tiga” yang mempunyai arti = $5 \times 5 \times 5$
- 5^4 dibaca “lima pangkat empat” yang mempunyai arti = $5 \times 5 \times 5 \times 5$

Perlu diketahui bahwa pada perpangkatan terdapat bilangan pokok dan pangkat (eksponen). Misalnya

[1] Sunardi, *Buku Ajar Matematika SMP/MTS Kelas IX* (Klaten: Sekawan Klaten, 2020). Hal.,3

5^4, sehingga pokok suatu bilangan terletak pada angka 5 dan untuk eksponen atau pangkat terletak di angka 4.

b. Pangkat Bilangan Bulat Positif

- Bilangan – bilangan asli : 1,2,3,4,… disebut juga bilangan bulat positif
- Bilangan – bilangan seperti : 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, dan seterusnya merupakan bentuk perpangkatan dengan pangkat bilangan positif.[2]

Secara umum : $a^n = a \times a \times a \times a \dots . a$ sebanyak n faktor,

a ∈ R = bilangan Real

n ∈ bilangan bulat positif

INGAT

$5^1 = 5$

$5^2 = 5 \times 5 = 25$

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 123$

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

Contoh :

Tentukan nilai dari 12^2 !

Alternatif penyelesaian :

12^2 =12 x 12 = 144.

[2] Sunardi, *Ibid*. Hal.4

Banyak sifat yang dimiliki oleh suatu bilangan pangkat bulat dengan nilai positif. Sehingga, *a* serta *b* adalah sebuah bilangan bulat dan *m* serta *n* adalah bilangan bulat positif, sehingga berlakulah sebuah sifat, antara lain:

1) Perkalian Bilangan Berpangkat dengan Bilangan Pokok Sama

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Contoh :

$$4^2 \times 4^3 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$$
$$= 4^{2+3}$$
$$= 4^5$$

Sifat ini memiliki kemudahan seseorang dalam mengoperasikan sebuah perkalian di dalam bilangan yang memiliki pangkat dengan perbedaan eksponennya melalui penambahan eksponen.

2) Pembagian Bilangan Berpangkat dengan Bilangan Pokok Sama

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Contoh :

$$5^6 \div 5^4 = \frac{5^6}{5^4} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 5^{6-4}$$

$$= 5^2$$

Sifat ini memiliki kaitannya dengan pembagian. Sehingga jika pengoprasian pembagian ini dilakukan dengan perbedaan yang terletak di eksponennya maka pengurangan dapat dilakukan secara langsung pada eksponen tersebut.

3) Perkalian Bilangan dengan Pangkat yang Sama

$$\boxed{(a \times b)^m = a^m \times b^m}$$

Contoh :

$$(3 \times 9)^4 = (3 \times 9) \times (3 \times 9) \times (3 \times 9) \times (3 \times 9)$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$$

$$= 3^4 \times 9^4$$

Sifat ini memiliki kaitannya dengan pengoprasian perkalian pada sebuah pengelompkan bilangan. Kemudian untuk mempermudah pengoprasiannya maka kelompok bilangan tersebut dipecahkan dan dimasukan di dalam kurung sehingga membentuk suatu pola dan kemudian dioprasikan hingga memperoleh basis dengan kesamaan terhadap eksponennya.[3]

[3] Hanafi Lukman, dkk, *Matematika SMP/MTs Kelas IX* (Jakarta : Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI, 2015),cet.1, hal.12

4) Pangkat Bilangan Berpangkat

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m\times n} = a^{n\times m}}$$

Contoh :

$(7^3)^5 = (7^3) \times (7^3) \times (7^3) \times (7^3) \times (7^3)$

$= (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7)$

$= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

$= 7^{3\times 5}$

$= 7^{15}$

Sifat ini melakukan pengoperasiannya dengan cara mengalikan kedua eksponen.

5) Pembagian dengan Pangkat yang Sama

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0}$$

Contoh :

$\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$

$= \frac{3\times 3\times 3\times 3}{8\times 8\times 8\times 8}$

$= \frac{3^4}{8^4}$

Sebuah pecahan memiliki pemangkatan yang jika dikerjakan tidak terlalu sulit. Pemberian kesamaan eksponen mempermudahkan dalam mengoperasikan sebuah pangkat sesuai dengan 5 sifat dari pemangkatan tersebut.

6) Bilangan Berpangkat Nol

$$\boxed{a^0 = a^{m-m} = \frac{a^m}{a^m} = 1}$$

Keterangan :

- a = bilangan pokok atau basis, dalam hal ini tidak sama dengan nol
- m = pangkat atau eksponen, dalam hal ini berupa bilangan positif

Dengan demikian perpangkatan dalam berapapun bilangannya jika pangkat 0 yang dimiliki sehingga satu merupakan hasilnya.

7) Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Berpangkat

Contoh :

- Sederhanakan: $3^{11} + 3^{12}$

  Alternatif penyelesaian :

  $$\begin{aligned} 3^{11} + 3^{12} &= (3 \times 3^{11}) + 3^{11} \\ &= (3 + 1) \times 3^{11} \\ &= 4 \times 3^{11} \end{aligned}$$

- Bentuk sederhana dari $\frac{9x^2-16}{3x^2+x-4}$ adalah[4]

  Alternatif penyelesaian :

  $$\frac{9x^2-16}{3x^2+x-4} = \frac{(3x+4)(3x-4)}{(3x+4)(x-1)}$$
  $$= \frac{3x-4}{x-1}$$

- Kurangkanlah $2^{5n} - 2^{15}$ dari $32^n - 2^{13}$

  Alternatif penyelesaian :

  $= 32^n - 2^{13} - (2^{5n} - 2^{15})$

  $= (2^5) - 2^{13} - 2^{5n} + 2^{15}$

  $= 2^{5n} - 2^{5n} + 2^{15} - 2^{13}$

  $= 2^{15} - 2^{13}$

  $= (2^2 \times 2^{13}) - 2^{13}$

  $= (4 \times 2^{13}) - 2^{13}$

  $= (4 - 1)2^{13}$

  $= 3 \times 2^{13}$

c. Pangkat Bilangan Bulat Negatif dan Nol

Perhatikan urutan bilangan berikut!

$$\dots, \frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, 1, 10, 100, 1.000, \dots$$

Bila disajikan dalam bentuk bilangan berpangkat, maka hasilnya adalah sebagai berikut.

$$\dots, \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$$

[4]Suharyono, *PATEN (Paket Terpadu Jempolan) UN SMP/MTs* (Jakarta : Erlangga, 2010).hal.182

Atau . . . ,

$10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}, 10^{2}, 10^{3}, \ldots$

Tampak bahwa :

$10^0 = 1$

$10^{-1} = \frac{1}{10^1}$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2}$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3}$

Hal ini berlaku juga untuk bilangan lain, misalnya ;

$7^0 = 1$

$7^{-1} = \frac{1}{7^1}$

$7^{-2} = \frac{1}{7^2}$

$7^{-3} = \frac{1}{7^3}$

Secara umum untuk setiap bilangan $a \in R$, dan $a \neq 0$ berlaku :

$$a^0 = 1$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Contoh soal:

1. Hitunglah:
   a. 6^{-1}

b. 9^{-2}

c. 3^{-5}

d. 100^{0}

Alternatif penyelesaian:

a. $6^{-1} = \frac{1}{6^1} = \frac{1}{6}$

b. $9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \frac{1}{9\times9} = \frac{1}{81}$

c. $3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{243}$

d. $100^{0} = 1$

Apakah kalian mengetahui terkait dengan bilangan pangkat? Iya, bilangan pangkat meliputi bilangan dengan pangkat nol, negatif, dan positif. Menurut kalian, materi ini termasuk dalam kategori yang mudah atau sulit?

Penguasaan materi akan mengalami keberhasilan jika kamu melakukan percobaan untuk mengerjakan soal yang terkait dengan materi tersebut. Proses penerapan sifat-sifat yang terdapat dalam bilangan pangkat bulat dengan tanda positif akan menjamin kamu mampu dalam mengerjakan soal yang disajikan secara rumit.

Seseorang akan mengalami kemahiran dalam melakukan sesuatu jika melakukannya dengan sering, seperti halnya dengan operasi hitung pada bilangan pangkat yang dilakukan pada latihan soal secara sering dengan cara menerapkan sifat yang terdapat dalam bilangan pangkat tersebut. Berikut ini terdapat latihan soal terkait dengan bilangan pangkat, antara lain:

1) Nilai dari $(-6)^3$ adalah

   Alternatif penyelesaian :

   Bilangan pokok nya adalah (-6) dan memiliki nilai eksponen 3. Sehingga berdasarkan hal tersebut maka proses perkalian (-6) dengan total 3 kali perkalian dilakukan, yaitu:

   $$\begin{aligned}(-6)^3 &= (-6) \times (-6) \times (-6)\\ &= 36 \times (-6)\\ &= -216\end{aligned}$$

   Maka jawabannya ialah -216.

2) Nilai dari 9^{-2} adalah

   Alternatif penyelesaian :

   Kita telah mengetahui sifat bilangan berpangkat bulat negatif yaitu, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$. Kita dapat menerapkannya pada soal nomor 2 ini, sehingga :

   $$\begin{aligned}9^{-2} &= \frac{1}{9^2}\\ &= \frac{1}{9 \times 9}\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{81}$$

Sehingga kesimpulan jawabannya yaitu $\frac{1}{81}$.

3) Nilai dari $4a^5 \times 2^4a^2 + 6a^7$ adalah

Alternatif penyelesaian :

Untuk mengerjakannya, Langkah awal yang harus kalian tempyh adalah dengan mengalikan terlebih dahulu yang berada didalam dengan melihat dari sifat-sifat suatu bilangan pangkat. Setelah dilakukan perkalian maka Langkah selanjutnya yang harus dilakukan yaitu dengan melakukan operasi penjumlahan. Berikut ini adalah penjabarannya, yaitu:

$$4a^5 \times 2^4a^2 + 6a^7 = 4 \times 2^4 \times a^5 \times a^2 + 6a^7$$
$$= 4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times a^{5+2} + 6a^7$$
$$= 64a^7 + 6a^7$$
$$= 70a^7$$

Berdasarkan dari penjabaran tersebut maka hasilnya adalah $70a^7$.

4) Berapakah nilai dari $\frac{(-2)^8 \times (-2)^3}{(-2)^9}$....

Alternatif penyelesaian :

Cara mengerjakan soal satu ini adalah dengan cara melakukan penggabungan sebuah operasi pembagian dengan perkaliannya. Sifat dari bilangan pangkat mampu dilakukan penerapan secara langsung karena semuanya termasuk dari bilangan pokok. Berikut ini adalah penyelesaiannya:

$$\frac{(-2)^8 \times (-2)^3}{(-2)^9} = \frac{(-2)^{8+3}}{(-2)^9}$$

$$= \frac{(-2)^{11}}{(-2)^9}$$

$$= (-2)^{11-9}$$

$$= (-2)^2$$

$$= (-2) \times (-2)$$

$$= 4$$

Berdasarkan penjabaran, maka hasilnya yaitu 4.

5) Bentuk sederhana dari $\frac{25^{-4} \times 625^{-3}}{(125)^{-1} \times 5^{-3}}$ adalah….

Alternatif penyelesaian :

Berdasarkan soal diatas terdapat pangkat negatif. Karena pangkatnya negatif, jangan membuat dirimu sulit dalam mengerjakan soal tersebut dengan mengubahnya pangkat negatif dengan pecahan terlebih dahulu akan tetapi terapkanlah salah satu dari sifat dari akar yang terdapat dalam soal tersebut.

Perhitungan akan lebih mudah jika semua bilangan bulat dijadikan dalam bentuk pemangkatan jika hal tersebut mampu dilakukan. Berikut ini adalah penjabaran dari soalnya, yaitu:

$$\begin{aligned}\frac{25^{-4} \times 625^{-3}}{(125)^{-1} \times 5^{-3}} &= \frac{(5^2)^{-4} \times (5^4)^{-3}}{(5^3)^{-1} \times 5^{-3}} \\ &= \frac{5^{2\times(-4)} \times 5^{4\times(-3)}}{5^{3\times(-1)} \times 5^{-3}} \\ &= \frac{5^{-8} \times 5^{-12}}{5^{-3} \times 5^{-3}} \\ &= \frac{5^{(-8)+(-12)}}{5^{(-3)+(-3)}} \\ &= \frac{5^{-20}}{5^{-6}} \\ &= 5^{(-20)-(-6)} \\ &= 5^{-14} \\ &= \frac{1}{5^{14}}\end{aligned}$$

Dengan demikian, jawaban yang tepat ialah $\frac{1}{5^{14}}$.

2. Bilangan Bentuk Akar

Menurut kalian apakah yang dimaksud dengan akar. Mungkin saja yang terdapat di dalam pikiran kalian adalah akar dari sebuah pepohonan atau ada dari kalian yang berpikir bahwa akar adalah ada kaitannya dengan matematika? Jika pikiran kalian tentang akar adalah sebuah materi dalam matematika maka hal tersebut benar. Sehingga apakah yang dimaksud akar dalam matematika? Akar adalah merupakan salah satu operasi dalam aljabar yang digunakan dalam melakukan penyelesaian terhadap suatu bilangan. Suatu bilangan bentuk akar mempunyai sebuah cara untuk melakukan rasional terhadap bentuk akar dan mempunyai sifat-sifat bentuk akar.

Suatu bentuk akar adalah sebuah bilangan akar yang memiliki hasil bilangan irrasional dan bukan termasuk dalam bilangan rasional. Bilangan pangkat dapat dinyatakan dengan bentuk akar sebagai bentuk lainnya. Bentuk akar adalah bilangan irasional yang mampu dinyatakan dengan sebuah pecahan yaitu $\frac{a}{b}$ dimana a dan b ≠ 0 serta a dan b merupakan sebuah bilangan bulat.

Arti Akar Bilangan

Jika $x^2 = 25, maka\ x = \sqrt{25} = 5$

Jika $x^3 = 64,\ maka\ x = \sqrt[3]{64} = 4$

Jika $x^4 = 81,\ maka\ x = \sqrt[4]{81} = 3$

Jika $x^5 = 32, maka\ x = \sqrt[5]{32} = 2$

Bentuk akar $\sqrt[n]{a}$ disebut operasi penarikan akar, dan dibaca “ akar pangkat n dari a”.

Contoh soal :

- $\sqrt{49} = 7$, sebab $7^2 = 49$
- $\sqrt[3]{125} = 5$, sebab $5^3 = 125$

Adapun Operasi yang Melibatkan Bentuk Akar, diantaranya :

a. Hubungan antara bilangan berpangkat dan bentuk akar

Misalkan akan kita cari hubungan antara $25^{\frac{1}{2}}$ dan $\sqrt{25}$, $64^{\frac{1}{3}}$ dan $\sqrt[3]{64}$

$25^{\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5^1 = 5$ dan $\sqrt{25} = 5$, sehingga didapat $\sqrt{25} = 25^{\frac{1}{2}}$

$64^{\frac{1}{3}} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4^1 = 4$ dan $\sqrt[3]{64} = 4$, sehingga didapat $\sqrt[3]{64} = 64^{\frac{1}{3}}$

Berdasarkan uraian tersebut didapat hubungan :

$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ atau $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

Contoh soal :

Hasil dari :

1) $49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$
2) $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$
3) $\sqrt[3]{216} = 216^{\frac{1}{3}} = (6^3)^{\frac{1}{3}} = 6^1 = 6$
4) $\sqrt[4]{625} = 625^{\frac{1}{4}} = (5^4)^{\frac{1}{4}} = 5^1 = 5$

b. Perkalian dan Pembagian Bentuk Akar

Sifat-sifat :

1) $\sqrt[n]{a^n} = a$

2) $\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$

3) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

4) $(\sqrt[n]{a}) = a$

Contoh soal :

Sederhanakan !

1) $\sqrt[n]{a^n} = a$

2) $\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt[n]{b}$

3) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

4) $(\sqrt[n]{a}) = a$

Contoh soal :

Sederhanakan !

1) $\sqrt{18}$

2) $\sqrt[3]{432}$

3)]$\sqrt{a^7}$

4) $\sqrt[4]{a^{13}}$

Alternatif penyelesaian :

1) $\sqrt{18}$

$= \sqrt{9 \times 2}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

2) $\sqrt[3]{432}$

$= \sqrt[3]{216 \times 2}$

$= \sqrt[3]{216} \times \sqrt[3]{2}$

$= 6\sqrt[3]{2}$

3) $\sqrt{a^7}$

$= \sqrt{a^6 \times a}$

$= \sqrt{a^6} \times \sqrt{a}$

$= a^3\sqrt{a}$

4) $\sqrt[4]{a^{13}}$

$= \sqrt[4]{a^{12} \times a}$

$= \sqrt[4]{a^{12}} \times \sqrt[4]{a}$

$= a^3\sqrt[4]{a}$

Sederhanakan ! penyelesaian :

1) $\sqrt{\frac{18}{225}}$

2) $\sqrt[3]{\frac{343}{729}}$

3) $\frac{\sqrt[3]{648}}{\sqrt[3]{3}}$

4) $\frac{\sqrt[4]{1280}}{\sqrt[4]{5}}$

Alternatif penyelesaian :

1) $\sqrt{\frac{18}{225}}$

$=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{225}}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{15}$

$= \frac{1}{5}\sqrt{2}$

2) $\sqrt[3]{\frac{343}{729}}$

$= \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{729}}$

$= \frac{7}{9}$

3) $\frac{\sqrt[3]{648}}{\sqrt[3]{3}}$

$= \sqrt[3]{\frac{648}{3}}$

$= \sqrt[3]{216}$

$= 6$

4) $\frac{\sqrt[4]{1280}}{\sqrt[4]{5}}$

$= \sqrt[4]{\frac{1280}{5}}$

$= \sqrt[4]{256}$

$= 4$

c. Pengurangan dan Penjumlahan Bentuk Akar

Pengurangan dan penjumlahan aljabar telah kalian pelajari, apakah masih ingat? Perhatikan contoh berikut ini untuk mengingatnya Kembali, yaitu:

= 3p + 5p

= (3 + 5)p

= 8p

Bagaimana dengan 3p + 5x dan 7z – 3y? Bentuk dari 2 aljabar tersebut tidak mampu untuk dilakukan pengurangan dan penjumlahan dikarenakan 2 aljabar tersebut mempunyai perbedaan di variabelnya.

Contoh dari pengurangan maupun penjumlahan tersebut memiliki keberlakuan juga di pengurangan dan penjumlahan bentuk akar. Pada operasi aljabar kita mengenal suku sejenis, demikian pula pada bentuk akar.

Misalnya : $\sqrt{5}$ dan $2\sqrt{5}$ merupakan dua akar yang sejenis.

$\sqrt[3]{3}$ dan $-4\sqrt[3]{3}$ merupakan dua akar yang sejenis.

$\sqrt{2}$ dan $\sqrt{5}$ bukan bentuk akar yang sejenis.

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$ dan $7\sqrt{3} - 3\sqrt{7}$ adalah bentuk akar, lalu bagaimana cara pengoperasiannya? Bentuk akar dari keduanya tersebut tidak mampu untuk dilakukan pengurangan maupun penjumlahan, hal tersebut disebabkan tidak terpenuhinya aturan yang terdapat dalam pengurangan dan penjumlahan pada bentuk aljabarnya.

Berikut ini merupakan sifat dari pengurangan dan penjumlahan bentuk akar, yaitu:

$$\mathrm{m}\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m + n)\sqrt{a}$$

$$m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m + n)\sqrt{a}$$

Perhatikan contoh berikut ini agar kalian lebih mampu memahami terkait dengan penjumlahan dan pengurangan dari bentuk akar, antara lain:

Contoh:

Sederhanakanlah !

1) $4\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$
2) $9\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$
3) $\sqrt{50} + 2\sqrt{8}$
4) $3\sqrt{96} - 9\sqrt{24} + \sqrt{54}$
5) $\sqrt{32} + \sqrt{75} - \sqrt{18} + \sqrt{48}$ [5]

Alternatif penyelesaian :

1) $4\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 7\sqrt{7}$
2) $9\sqrt{5} - 12\sqrt{5} = -3\sqrt{5}$
3) $\sqrt{50} + 2\sqrt{8}$

$= 5\sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

$= 9\sqrt{2}$

4) $3\sqrt{96} - 9\sqrt{24} + \sqrt{54}$

$= 3 \times 4\sqrt{6} - 9 \times 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$

$= 12\sqrt{6} - 18\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$

$= -3\sqrt{6}$

---

[5] Sukismo,dkk, *Erlangga Fokus UN SMP/MTs 2013* (Jakarta: Erlangga, 2013).hal.135

Proses pengurangan dan penjumlahan di bentuk akar mampu dilakukan walau aturan pengurangan dan penjumlahan tidak memenuhi aturan melalui cara melakukan penyederhanaan terkait dengan bentuk akar tersebut dan selanjutnya dilakukan penyelesaian dengan menggunakan operasi pengurangan ataupun penjumlahan suatu aljabar. Seperti contoh soal nomor 3 dan nomor 4.

d. Merasionalkan Bentuk Akar Kuadrat

Merasionalkan artinya mengubah bentuk bilangan irasional menjadi bentuk bilangan rasional.

Hal ini dapat dilakukan pada :

1) Perkalian dua akar yang sama
2) Perkalian akar sekawan

Beberapa yang termasuk pasangan akar sekawan adalah :

$\sqrt{a} - \sqrt{b}$ dan $\sqrt{a} + \sqrt{\ }$,

$(6 + \sqrt{5}$ dan $(6 - \sqrt{5})$.

Untuk lebih memahami cara merasionalkan bentuk akar, perhatikan contoh soal di bawah ini:

Hitunglah !

1) $\sqrt{8} \times \sqrt{8}$
2) $\sqrt{13} \times \sqrt{13}$

3) $-\sqrt{17} \times \sqrt{17}$

4) $\sqrt{19} \times (-\sqrt{19})$

Alternatif penyelesaian :

1) $\sqrt{8} \times \sqrt{8}$

$= \sqrt{64}$

$= 8$

2) $\sqrt{13} \times \sqrt{13}$

$= \sqrt{169}$

$= 13$

3) $-\sqrt{17} \times \sqrt{17}$

$= -\sqrt{289}$

$= -17$

4) $\sqrt{19} \times (-\sqrt{19})$

$= -\sqrt{361}$

$= -19$

e. Merasionalkan Penyebut Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

Apakah kalian telah paham jika $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ merupakan beberapa bilangan irrasional[6]. Kemudian $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{7}}$, juga termasuk kedalam bilangan irrasional. Sebuah pecahan yang memiliki penyebut tersebut dilakukan pengubahan terlebih

[6] Sinaga Bornok, dkk, *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X* (Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2014), Edisi Revisi, hal.22

dahulu ke bentuk bilangan rasional, dimana disebut dengan merasionalkan bentuk akar.

Untuk dapat lebih memahami, perhatikan contoh di bawah ini :

Rasionalkan bentuk akar $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Alternatif penyelesaian :

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (pembilang dan penyebut dikalikan $\sqrt{2}$)

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \, atau \, \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

f. Merasionalkan Penyebut Bentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$ $atau$ $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Contoh soal :

Rasionalkan bentuk :

1) $\frac{12}{3-\sqrt{5}}$

2) $\frac{9}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

Alternatif penyelesaian :

1) $\frac{12}{3-\sqrt{5}}$

$$= \frac{12}{3-\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{12(3+\sqrt{5})}{3^2 - (\sqrt{5})}$$

$$= \frac{12(3+\sqrt{5})}{9-5}$$

$$= \frac{12(3+\sqrt{5})}{4}$$

$$= 3(3+\sqrt{5})$$

$$= 9+3\sqrt{5}$$

3. Menyelesaikan Masalah yang Melibatkan Perpangkatan dan Bentuk Akar

Beberapa permasalahan kontekstual dapat diselesaikan dengan melibatkan perpangkatan atau bentuk akar. Untuk itu pahami contoh berikut. Suatu fungsi disajikan dengan rumus f(x) = 3^{2x-5}

a. Hitunglah f(2), f(4), dan f(-1)

b. Tentukan x, bila f(x) = $\frac{1}{243}$

Alternatif penyelesaian :

a. f(x) = 3^{2x-5}

f(2) = $3^{2.2-5} = 3^{4-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$

f(4) = $3^{2.4-5} = 3^{8-5} = 3^3 = 27$

f(-1) = $3^{2.(-1)-5} = 3^{-2-5} = 3^{-7} = \frac{1}{3^7} = \frac{1}{2.187}$

b. f(x) = $\frac{1}{243}$

$$3^{2x-5} = \frac{1}{243}$$

$$3^{2x-5} = 3^{-5}$$

$$2x - 5 = -5$$
$$2x - 5 = -5$$
$$2x = 0$$
$$x = 0$$

1. Volume sebuah kubus mempunyai rumus : V = p^3, V menyatakan volume dan p adalah panjang rusuk kubus. Jika V = 729.000 mm^3, hitunglah p!

   Alternatif penyelesaian :

   Dari V = p^3, didapat p = $\sqrt[3]{V}$

   p = $\sqrt[3]{729.000}$

   p = $\sqrt[3]{90^3} = 90\, mm$

B. Bentuk Baku (Notasi Ilmiah)

Matahari memiliki sebuah volume serta suatu bumi juga memiliki sebuah berat. Adakah yang mengetahui terkait dengan volume dari matahari dan berat dari bumi? Nilai dari volume matahari mencapai perkiraan kurang lebih 1.330.000.000.000.000 km^3 sedangkan nilai dari berat bumi mencapai perkiraan kurang lebih 5.880.000.000.000.000.000.000.000 kg. Terdapat angka terkait dengan volume matahari dan berat suatu bumi sehingga bagaimanakah cara melakukan pembacaan dari kedua angka tersebut? Kesulitan akan dialami oleh seseorang yang membacanya karena melihat angkanya yang cukup banyak atau banyaknya angka nol. Kesulitan juga dialami pembaca jika membaca angka dari massa molekul suatu air yaitu “0,0000000000000000003 gram”.

Suatu notasi ilmiah dipergunakan untuk memudahkan seseorang yang mengalami kesulitan dalam penulisan ataupun membaca sebuah bilangan. Tahukah kamu apa yang dimaksud dengan notasi ilmiah itu? Bagaimana rumus dan cara menuliskannya? Nah, pada kesempatan kali ini kita akan mempelajari definisi, rumus, aturan penulisan, contoh soal dan pembahasan notasi ilmiah dalam matematika. Untuk itu, silahkan kalian simak penjelasan berikut!

Penggunaan notasi ilmiah ini dilakukan untuk penulisan sebuah bilangan antara 1 dan 0 atau -1 dan 0.

Contohnya: 1230000000000 dan 0.0000000827.

Notasi ilmiahnya yaitu:

a x 10^n

Dimana $a \geq 1, \leq 10$

n adalah Z (bilangan bulat) dan bentuk baku dapat ditulis untuk semua bilangan real.

Salah satu contohnya adalah angka 4. Kemudian angka 4 tersebut di tulis ke bentuk bakunya maka akan menjadi 4×10^0. Kenapa 10^0, sebab $10^0 = 1$, sehingga menyebabkan hasilnya menjadi $4 \times 1 = 4$.

Sangat besarnya sebuah bilangan maka yang perlu dilakukan dengan cara melakukan perhitungan terhadap jumlah digitnya yang terdapat di bilangan yang besar tersebut dan selanjutnya dilakukan pengurangan 1 sehingga hasil tersebut dituliskan dengan symbol n. Kemudian memperoleh bilangan a berasal dari bilangan yang besar dengan pengambilannya berasal dari depan serta pemberian koma dilakukan pada digit paling depan. Contoh: 14240000000000000000 dalam bentuk baku.

Berdasarkan contoh tersebut maka perhitungan jumlah digit yang terdapat dalam soal dilakukan, dimana terdapat 20 digit angka dan penulisan dilakukan yaitu n =19 serta a merupakan angka yang berada di depannya yang diberikan tanda koma yakni 1,424. Maka bentuk lainya yang baku, yaitu:

$14240000000000000000 = 1,424 \times 10^{19}$.

Contoh:

$87120000000 = 8,712 \times 10^{10}$.

$90000000000000000 = 9 \times 10^{16}$.

Proses penggeseran ke kanan untuk tanda komanya sampai di bilangan paling dekat yang bukan nol, maka dilakukan jika sangat kecilnya bilangan tersebut yaitu diantara -1 serta 0 ataupun diantara 0 serta 1). Perkalian n pada -1 merupakan pergeseran yang banyak. Berikut ini terdapat contohnya, yaitu:

$0,0000025 = a \times 10^{n}$

Langkah awal maka dilakukan pergeseran terhadap komanya ke arah kanan sampai bertemunya angka terdekat dari tak 0.

0,0000025 (angka awal)

00,000025 (pergeseran ke 1)

000,00025 (pergeseran ke 2)

0000,0025 (pergeseran ke 3)

00000,025 (pergeseran ke 4)

000000,25 (pergeseran ke 5)

0000002,5 (pergeseran ke 6)

Maka diperoleh $a = 2,5$ serta $n = -6$, sehingga penulisan bakunya yaitu $2,5 \times 10^{-6}$.

Contoh:

$0,0301 = 3,01 \times 10^{-2}$

$0,000000102 = 1,02 \times 10^{-7}$

$0,009279 = 9,279 \times 10^{-3}$

$0,0000000000012 = 1,2 \times 10^{-12}$

Penggunaan notasi berpangkat ini untuk melakukan pengukuran jarak yang jauh atau dilakukan untuk pengukuran mikroba yang ukurannya sangat kecil.

Contoh:

Suatu nilai bilangan yang kecil maupun besar sering diketemukan di dalam ilmu pengetahuan alam. Kesulitan selalu dialami oleh seseorang ketika melakukan penulisan dan pembacaan. Contohnya adalah:

a. Perkiraan dari panjangnya jari-jari dari neutron yaitu:

0,000 000 000 000 00137 m

b. Pada 18 gram air jumlah molekulnya yaitu:

602.000.000.000.000.000.000.000

Jika dituliskan dalam bentuk notasi ilmiah, maka diperoleh:

■ Pertama kita akan mengubah panjang jari-jari neutron ke dalam notasi ilmiah, yaitu sebagai berikut:

0,00000000000000137

Notasi ilmiah terdiri dari perkalian dua faktor. Faktor pertama bilangan lebih besar dari 1 dan kurang dari 10 sedangkan faktor kedua adalah bilangan berpangkat dengan bilangan pokok 10.

Faktor pertama = 1,37 (lebih dari 1 dan kurang dari 10)

Faktor kedua = 10^{-15}

Darimana angka -15 dalam pangkat 10 tersebut didapat?

Coba kalian perhatikan angka bewarna merah pada bilangan yang menyatakan panjang jari-jari neutron di atas. Jumlahnya ada 15 angka di sebelah kiri angka 1 dan karena letaknya di sebelah kiri maka pangkatnya merupakan bilangan negatif. Dengan demikian, bentuk notasi ilmiah dari jari-jari neutron tersebut adalah sebagai berikut.

0,00000000000000137 = faktor pertama × faktor kedua

0,00000000000000137 = 1,37 × 10^{-15}

■ Kedua kita akan mengubah jumlah molekul air ke dalam notasi ilmiah, yaitu sebagai berikut:

602.000.000.000.000.000.000.000

Dari bilangan tersebut kita peroleh dua faktor notasi ilmiah yaitu:

Faktor pertama = 6,02 (lebih dari 1 dan kurang dari 10)

Faktor kedua = 10^{23}

Darimana angka 23 dalam pangkat 10 tersebut didapat?

Coba kalian perhatikan angka bewarna hijau pada bilangan yang menyatakan jumlah molekul air di atas. Jumlahnya ada 23 angka di sebelah kanan angka 6. Dan karena letaknya di sebelah kanan maka pangkatnya merupakan bilangan positif. Dengan demikian, bentuk notasi ilmiah dari jumlah molekul air tersebut adalah sebagai berikut.

602.000.000.000.000.000.000.000 = faktor pertama × faktor kedua

602.000.000.000.000.000.000.000 = $6,02 \times 10^{23}$

Suatu notasi ilmiah pada bilangan terdapat 2 cara penulisannya, antara lain 0-1 dan sebuah bilangan yang >10 yaitu:

Bentuk baku dari sebuah bilangan > 10 memiliki pernyataan yaitu $\mathbf{a \times 10^{n}}$ dimana $1 \le a < 10$ dengan n bilangan asli. Bilangan 0-10 memiliki bentuk baku yang memiliki pernyataan dengan $\mathbf{a \times 10^{-n}}$ diman $1 \le a < 10$ serta n bilangan asli.

RANGKUMAN MATERI

Bilangan berpangkat adalah bilangan yang berfungsi untuk menyederhanakan penulisan dan penyebutan suatu bilangan yang memiliki faktor-faktor atau angka-angka perkalian yang sama. Contohnya operasi penghitungan $2 \times 2 \times 2 \times 2$ atau $4 \times 4 \times 4$ yang penulisannya bisa disederhanakan dengan menggunakan pangkat. Untuk mengubah suatu bilangan menjadi bilangan berpangkat, maka dibutuhkan rumus berupa $a^n = a \times a \times a \times a \ldots . a$ sebanyak n kali dalam rumus ini "a" adalah bilangan pokok, sedangkan "n" adalah pangkat atau eksponen.

Sifat sifat bilangan berpangkat yaitu:

1. Perkalian bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama.
2. Pembagian bilangan berpangkat dengan bilangan pokok sama.
3. Perkalian bilangan dengan pangkat yang sama.
4. Pangkat bilangan berpangkat.
5. Pembagian dengan pangkat yang sama.
6. Bilangan berpangkat nol.
7. Penjumlahan dan pengurangan bilangan berpangkat.

Bilangan pangkat dapat dinyatakan dengan bentuk akar sebagai bentuk lainnya. Bentuk akar adalah bilangan irasional yang mampu dinyatakan dengan sebuah pecahan yaitu $\frac{a}{b}$ dimana a dan b ≠ 0 serta a dan b merupakan sebuah bilangan bulat.

DAFTAR PUSTAKA

Hanafi Lukman,dkk. 2015. *Matematika SMP/MTs Kelas IX*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.

Sinaga Bornok, dkk. 2014. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas X*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Suharyono,dkk. 2010. *PATEN (Paket Terpadu Jempolan) UN SMP/MTs*. Jakarta: Erlangga

Sukismo. 2013. *Erlangga Fokus UN SMP/MTs 2013*. Jakarta: Erlangga.

Sunardi. 2020. *Buku Ajar Matematika SMP/MTs Kelas IX*. Klaten: Sekawan Klaten.

INDEKS

GLOSARIUM

Aljabar adalah Salah satu bagian dari bidang matematika yang luas. Dalam artian umum, Aljabar adalah ilmu yang mempelajari simbol-simbol matematika dan aturan memanipulasi simbol-simbol.

Basis adalah bilangan yang menjadi dasar terbentuknya bilangan lain dalam suatu sistem bilangan. Dalam perpangkatan basis adalah bilangan pokok atau bilangan yang akan dipangkatkan seperti 4^2 yang menjadi basis adalah 4.

Bentuk Akar merupakan akar dari suatu bilangan yang hasilnya bukan bilangan rasional atau merupakan bilangan irasional. Bentuk akar merupakan bentuk lain untuk emenyatakan bilangan berpangkat.

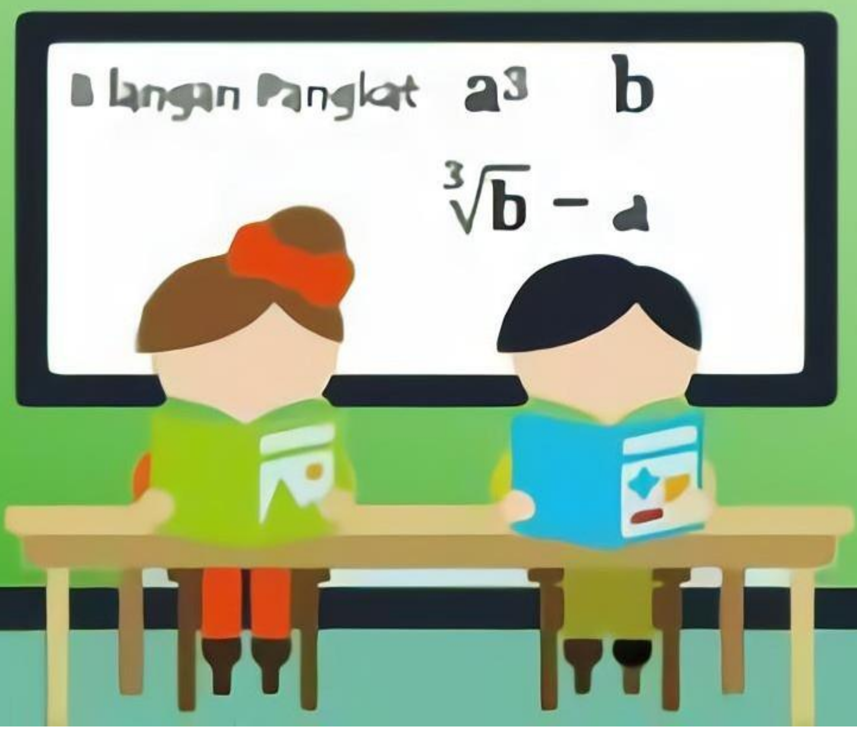
Bilangan Irasional adalah himpunan semua bilangan real yang tidak dapat dinyatakan dengan pecahan a/b, dengan a dan b merupakan bilangan bulat dan $b \neq 0$.

Bilangan Rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk a/b dengan a dan b bilangan bulat serta $b \neq 0$

Eksponen adalah suatu bentuk perkalian dengan bilangan yang sama dan berulang. Ekponen juga dikenal sebagai pangkat atau nilai yang menunjukkan derajat perpangkatan.

Notasi Ilmiah adalah tata cara penulisan nomor yang mengakomodasikan nilai-nilai yang terlalu besar atau yang sangat kecil untuk mempermudah penulisan notasi dalam notasi desimal standar.

Perpangkatan adalah perkalian berulang dari suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri.


Bilangan Pangkat a^3 b
$\sqrt[3]{b} - a$