



Erlin Nurcahya
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Netriwati, M.Pd

KUMPULAN SOAL CERITA ALJABAR DAN PEMBAHASAN BERBASIS HOTS



Erlin Nurcahya
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Netriwati, M.Pd

Kumpulan Soal Cerita Aljabar dan Pembahasan Berbasis HOTS



Penerbit **Arjasa Pratama**, Bandar Lampung

Kumpulan Soal Cerita Aljabar dan Pembahasan Berbasis HOTS

Erlin Nurcahya
Rizki Wahyu Yunian Putra, M.Pd
Netriwati, M.Pd

Pemindai Aksara : Hermansyah
Penata Letak: Roni Fajar
Desain Sampul : Nu'man

Penerbit:

Arjasa Pratama

Jl. Veteran I No 18 Harapan Jaya, Sukarame, Bandar Lampung
cvarjasapratama@gmail.com | 0721-5640386 | 0852 3194 5055
Anggota IKAPI Jakarta
www.arjasapratama.com

Cetakan Pertama : April 2021

**Sanksi Pelanggaran Pasal 113
Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014
Tentang Hak Cipta**

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).
3. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 4 (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp1.000.000.000,00 (satu miliar rupiah).
4. Setiap Orang yang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud pada ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp4.000.000.000,00 (empat miliar rupiah).

ISBN : 978-623-96842-0-4

Dicetak oleh Percetakan CV Arjasa Pratama, Bandar Lampung
Isi diluar tanggung jawab Percetakan

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT, atas segala rahmat dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan penulisan buku yang berjudul *“Kumpulan Soal Cerita Aljabar dan Pembahasan Berbasis HOTS”* penulis menyadari bahwa buku ini dapat terselesaikan berkat dukungan dan bantuan dari berbagai pihak, terima kasih. Dan hanya kepada Allah SWT, yang mampu membalas kebaikan kalian semua. Buku ini diharapkan dapat membantu dan mempermudah peserta didik untuk belajar, dan juga dapat dijadikan sebagai bahan ajar dalam kegiatan belajar mengajar.

Matematika merupakan induk dari segala pengetahuan, yang didalamnya abstrak yang terdapat konsep-konsep abstrak yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Matematika di ajarkan berjenjang mulai dari SD, SMP, SMA/SMK. Lebih dari itu, matematika merupakan pelajaran yang di ujukan pada Ujian Nasional. Ini mengindikasikan bahwa matematika merupakan ilmu yang sangat penting di kuasai oleh setiap manusia.

Dalam buku ini disajikan ringkasan materi matematika tentang Aljabar, soal sekaligus pembahasan yang sangat mudah untuk dipahami.

Terima kasih banyak kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya buku ini sehingga dapat di

sajikan kepada peserta didik. Namun demikian buku ini pastilah tak sempurna tak luput dari kesalahan dan kekurangan, oleh karena itu berbagai macam saran dan keritik yang membngun kami sangat harapkan untuk perbaikan dan kesempurnaan buku ini.

Bandar Lampung, Maret 20121

Penulis ,

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
BAB I SEJARAH ALJABAR	1
A. Sejarah Aljabar	2
B. Hubungan Al-qur'an Dengan Aljabar	3
BAB II TEORI ALJABAR	7
A. Bentuk Aljabar	8
B. Operasi Hitung Bentuk Aljabar	10
C. Pangkat dari Bentuk Aljabar	14
D. Pemfaktoran Bentuk Aljabar	15
E. Pecahan Bentuk Aljabar	20
SOAL DAN PEMBAHASAN	22
TIPS-TIPS MENYELESAIKAN SOAL HOTS	114
DAFTAR PUSTAKA	116
INDEKS	118
GLOSARIUM	119

BAB I

Sejarah Aljabar

Matematika secara umum adalah pelelaaan struktur abstrak yang didefinisikan secara aksioma. Matematika ditemukan dari dorongan manusia untuk menyelidiki keteraturan dalam alam semesta. Matematika merupakan suatu bahasa yang terus menerus berkembang untuk mempelajari struktur dan pola. Menurut Berggren, JL, 2004, penemuan matematika pada zaman Mesopotamia dan Mesir Kuno, berdasarkan pada dokumen-dokumen yang berupa artefak tidak terlalu banyak, tetapi mereka dianggap mampu mengungkapkan matematika pada zaman tersebut¹. Dalam matematika terdapat banyak temuan lain seperti perbandingan dan aritmatika sosial.

Aljabar merupakan bagian dari ilmu matematika yang berhubungan dengan himpunan dan sifat struktur-struktur di dalamnya. Suatu struktur aljabar merupakan himpunan tidak kosong dengan satu atau lebih operasi biner dan memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Ilmu aljabar abstrak berkembang dengan pesat karena penerapan karakteristik dan bentuk-bentuk struktur aljabar tersebut banyak bermanfaat dalam pengembangan metode penyelesaian masalah yang bersifat abstrak.

¹ J.L Berggren, "The Foundation of Mathematics: Mathematics during the Middle Ages and Renaissance," in *Encyclopedia Britannica*, 2004, www.google.search.

A. Sejarah Teorema Aljabar

Aljabar telah berkembang sejak zaman Mesir lebih dari 3500 tahun yang lalu. Contohnya bisa dilihat pada lempengan lontar peninggalan bangsa Rhind. Orang-orang Mesir menuliskan permasalahan-permasalahan dengan kata-kata. Mereka menggunakan kata “*heap*” untuk mewakili bilangan apa saja yang tidak diketahui. Istilah aljabar sendiri berasal dari kata “*al-jabr*” yang berasal dari kitab berbahasa Arab berjudul “*Al-kitab Al-mukhtasar Fii Hisab Al Jabr Wal Muqabala*”. Kitab tersebut merupakan karya seorang matematikawan bernama Muhammad Ibn Musa Al-Khawarizmi.²

Kontribusi Al-khawarizmi tidak hanya berdampak pada matematika, tetapi juga dalam kebahasaan. Kata algoritma diambil dari kata Algorismi, pelatiran dari nama Al-Alkhawarizmi. Nama Al-Khawarizmi juga di serap dalam bahasa Spanyol *Guarismo* dan dalam bahasa Portugis, *Algarismo* yang berarti digit.

Karena pengaruhnya yang besar di bidang aljabar, Al-Khawarizmi dijuluki sebagai **Bapak Aljabar**. Namun, julukan itu diberikan pula pada **Diophantus**, seorang ilmuwan dari Yunani kuno. Al-khawarizmi diperkirakan meninggal sekitar 850 Masehi. Namun,

² Ved Dudeja, *Jelajah Matematika SMP Kelas VII* (Jakarta: Erlangga, 2019), h. 100.

karya-karya besarnya masih terus berkembang dan banyak dipelajari hingga saat ini.³

Peristiwa lain yang penting adalah perkembangan lebih lanjut dari aljabar, terjadi pada pertengahan abad ke-16. Ide tentang determinan yang dikembangkan oleh olen Matematikawan Jepang Kowa Seki di abad 17, diikuti oleh Gottfried Cramel juga menyumbangkan hasil karyanya tentang Matriks dan determinan di abad ke-18. Aljabar abstrak dikembangkan pada abad ke-19, mula-mula berfokus pada teori Galois.

B. Hubungan Al-qur'an Dengan Aljabar

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai berbagai problem atau permasalahan yang berkaitan dengan aljabar. Berbagai bidang kehidupan telah mengangkat permasalahan-permasalahan aljabar ke dalam bidang mereka sendiri. Baik dari bidang ekonomi maupun bidang-bidang lainnya, aljabar selalu diterapkan untuk mencari suatu keputusan dan hasil yang baik.

Salah satu konsep aljabar adalah operasi penjumlahan dan perkalian. Kedua operasi ini memiliki beberapa sifat salah satunya adalah sifat tertutup. Suatu operasi dikatakan tertutup pada suatu himpunan jika hasil operasi anggota-anggota himpunan tersebut merupakan anggota himpunan itu juga. Operasi penjumlahan dan

³ Kementrian dan Kebudayaan, *Matematika SMP/MTs Kelas VII*, (Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, 2016), h. 196

perkalian tertutup pada himpunan bilangan rasional karena jika sembarang dua bilangan rasional dikenai operasi penjumlahan dan perkalian hasilnya merupakan anggota dari himpunan bilangan rasional. Sifat tertutup pada operasi penjumlahan dan perkalian pada bilangan rasional dapat kita kaitkan dengan hukum alam yang berlaku. Yaitu semua perbuatan (perbuatan baik dan perbuatan buruk) yang dilakukan oleh seseorang, maka akan kembali kepada dirinya sendiri sesuai perbuatan yang dilakukannya.

Disini sifat tertutup kita ibaratkan dengan perbuatan kita. Penjumlahan dan perkalian sebagai macam-macam perbuatan (kebaikan dan kejahatan), dan bilangan rasional sebagai manusia. Allah berfirman dalam surah Al-Isra ayat 7.

إِنْ أَحْسَنْتُمْ أَحْسَنْتُمْ لِأَنْفُسِكُمْ وَإِنْ أَسَأْتُمْ فَلَهَا ۗ فَإِذَا جَاءَ وَعْدُ الْآخِرَةِ لِيَسُوءُوا
وُجُوهَكُمْ وَلِيَدْخُلُوا الْمَسْجِدَ كَمَا دَخَلُوهُ أَوَّلَ مَرَّةٍ وَلِيُتَبِّرُوا مَا عَلَوْا تَتْبِيرًا

Artinya: “Jika kamu berbuat baik (berarti) kamu berbuat baik untuk dirimu sendiri. Dan jika kamu berbuat jahat, maka (kerugian kejahatan) itu untuk dirimu sendiri. Apabila datang saat hukuman (kejahatan) yang kedua, (Kami bangkitkan musuhmu) untuk menyuramkan wajahmu lalu mereka masuk ke dalam masjid (Masjidil Aqsa), sebagaimana ketika mereka memasukinya pertama kali dan mereka membinasakan apa saja yang mereka kuasai”.

Ayat di atas dapat disimpulkan bahwa ketika kita melakukan suatu perbuatan, maka sama dengan kita melakukan perbuatan tersebut kepada diri kita sendiri.

Pada dasarnya semua perbuatan yang kita lakukan itu akan ada balasannya. Balasan tersebut sesuai dengan perbuatan yang kita lakukan. Allah berfirman dalam surah An-Nisa ayat 123.

لَيْسَ بِأَمَانِيكُمْ وَلَا أَمَانِي أَهْلِ الْكِتَابِ ۗ مَنْ يَعْمَلْ سُوءًا يُجْزَ بِهِ وَلَا يَجِدْ لَهُ مِنْ دُونِ اللَّهِ وَلِيًّا وَلَا نَصِيرًا

Artinya: (Pahala dari Allah) itu bukanlah angan-anganmu dan bukan (pula) angan-angan Ahli Kitab. Barangsiapa mengerjakan kejahatan, niscaya akan dibalas sesuai dengan kejahatan itu, dan dia tidak akan mendapatkan pelindung dan penolong selain Allah.

Sekecil apapun perbuatan yang kita lakukan Allah akan tetap member balasan kepada kita sebagaimana firman Allah dalam surah Al-Zalzalah ayat 7-8.

فَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ خَيْرًا يَرَهُ

Artinya: *Barangsiapa yang mengerjakan kebaikan seberat dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasan)nya.*

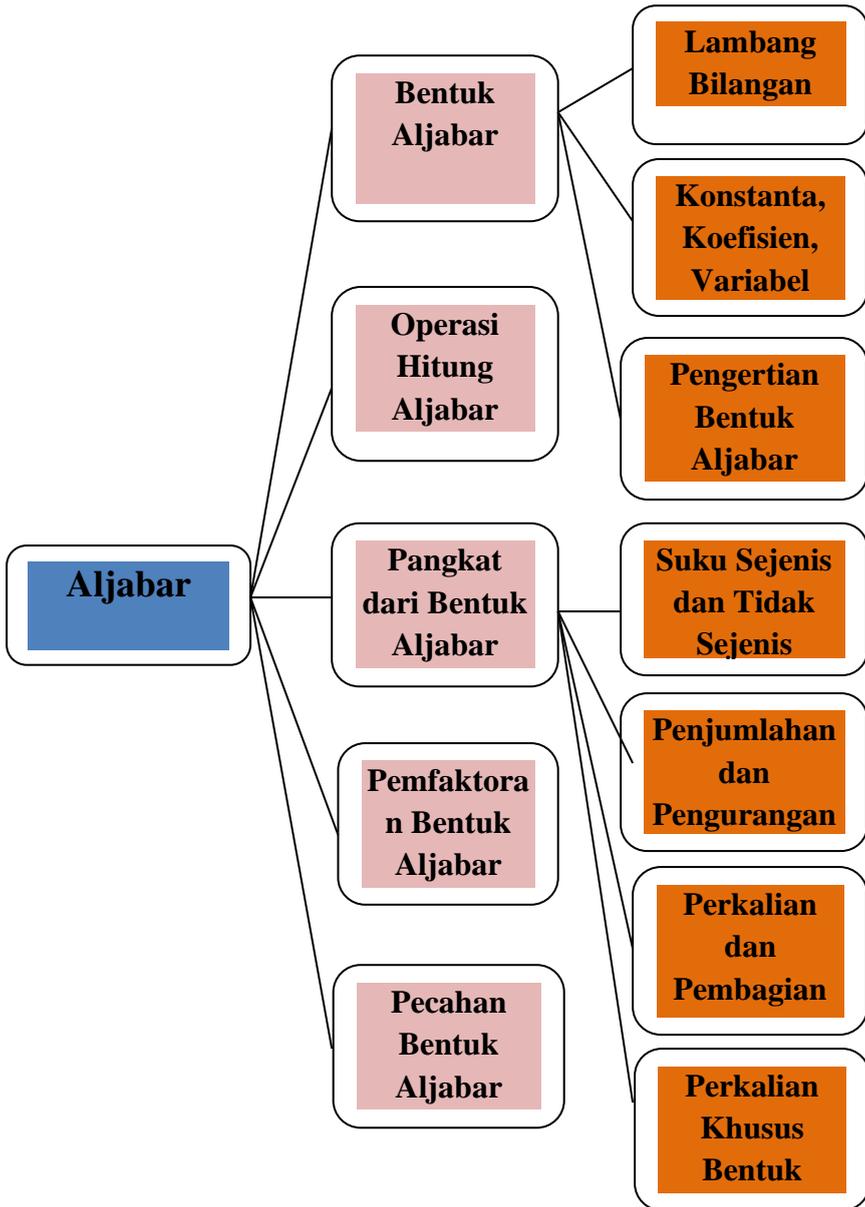
وَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ شَرًّا يَرَهُ

Artinya: *Dan barangsiapa yang mengerjakan kejahatan sebesar dzarrah pun, niscaya dia akan melihat (balasan)nya pula.*

Kedua ayat tersebut menjelaskan bahwasannya pada hari kiamat kelak Allah akan membalas semua perbuatan kita. Semua perbuatan baik itu kebaikan atau kejahatan akan ada balasannya, walaupun perbuatan itu hanya sebesar zarah. Menurut tafsir quraish shihab ukuran zarah itu adalah seukuran butir debu.

BAB II

Teori Aljabar



A. Bentuk Aljabar

1. Lambang Pengertian Bilangan

Aljabar adalah perluasan dari aritmatika. Bentuk umum dari aritmatika disebut rumus. Lambang pengganti bilangan adalah huruf seperti $a, b, c, m, p, r, x, y, z$, dan seterusnya yang digunakan pada hal-hal yang tidak diketahui nilainya dalam sebuah soal. Lambang pengganti bilangan yaitu bilangan bulat, pecahan, dan bilangan desimal serta tanda operasi $+, -, \times, \div$ dan seterusnya.

Untuk menyelesaikan soal seperti $8 + ? = 10$ berarti kita harus mencari bilangan yang jika ditambahkan pada 8 akan menghasilkan 10. Dari soal tersebut penentuan nilai x yang tepat agar $8 + x = 10$ menjadi benar. Dengan mencoba-coba, kita temukan bahwa 2 dapat menggantikan x . Hal ini karena $8 + 2$ sama dengan 10 sehingga $x = 2$ adalah penyelesaian.

2. Konstanta, Koefisien, dan Variabel

Bilangan bulat, bilangan pecahan, dan bilangan desimal adalah bilangan-bilangan tertentu yang memiliki nilai tetap dan disebut dengan *konstanta*. Lambang pengganti bilangan disebut *variabel*.

Sebagai contoh :

a. $10 - x = 7$ dipenuhi oleh $x = 3$, karena $10 - 3 = 7$

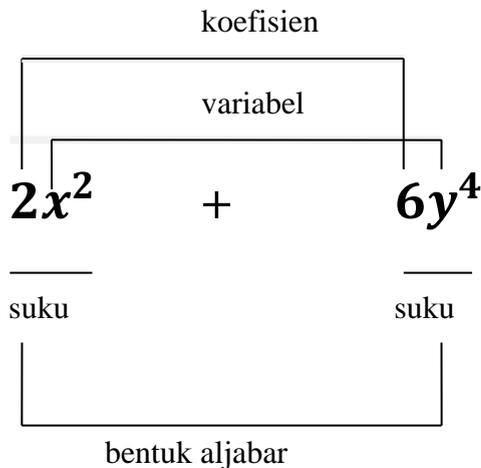
b. $x + 5 = 10$ dipenuhi oleh $x = 5$, karena $5 + 5 = 10$

- c. untuk $10x = 60$ dipenuhi oleh $x = 6$, karena $10 \times 6 = 60$

Nilai x pada ketiga contoh di atas berbeda, sehingga x adalah *variabel*.

3. Pengertian Bentuk Aljabar

Bentuk aljabar adalah bentuk penulisan yang merupakan kombinasi antara koefisien dan variabel yang dihubungkan dengan operasi aljabar. Bentuk $2x^2 + 6y^4$ merupakan salah satu contoh bentuk aljabar. Pada bentuk $2x^2 + 6y^4$, $2x^2$ dan $6y^4$ disebut suku-suku dari bentuk aljabar tersebut x dan y disebut variabel, sedangkan 2 dan 6 disebut koefisien.



4. Menulis Pernyataan secara Aljabar

Mari kita belajar menulis pernyataan ke dalam bentuk aljabar. Perhatikan kalimat-kalimat di bawah ini !

- a. Kalimat “sebuah bilangan ditambah dengan 10” jika ditulis dengan bentuk aljabar adalah $x + 10$, dengan x melambangkan sebuah bilangan.

- b. Kalimat “sebuah bilangan dikurang dengan 15” dapat ditulis $x - 15$, dengan x adalah sebuah bilangan.
- c. Kalimat “2 ditambahkan pada lima kali suatu bilangan” ditulis dengan $5y + 2$, dengan y adalah sebuah bilangan.

B. Operasi Hitung Bentuk Aljabar

1. Definisi Suku Sejenis dan Suku Tidak Sejenis

Dua suku aljabar atau lebih yang mempunyai variabel sama disebut suku sejenis. Jika variabel-variabelnya berbeda disebut suku tidak sejenis. Perhatikan contoh berikut ini !

Tentukan suku sejenis dari $2xy + 7x^2y - 8xy + 5x^2y$.

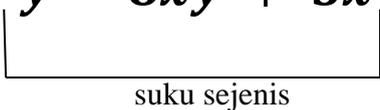
Penyelesaian:

Perhatikan suku-suku aljabar pada $2xy + 7x^2y - 8xy + 5x^2y$.

Ada berapa suku yang sejenis, $2xy$ dan $-8xy$ juga $7x^2y$ dan $5x^2y$

suku sejenis



$$2xy + 7x^2y - 8xy + 5x^2y.$$


suku sejenis

2. Penjumlahan dan Pengurangan Suku Sejenis dan Tidak Sejenis

Suatu bentuk aljabar yang memiliki suku sejenis dapat disebut dengan penjumlahan atau pengurangan. Suku tidak sejenis tidak dapat disederhanakan.

Coba perhatikan contoh berikut !

Sederhanakan suku-suku aljabar berikut ini !

a. $2x - 3y + 7x + 3 - x + 4y + 6$

b. $3ab - 7a^2 + 8ab - 14a^2$

Penyelesaian:

a. $2x - 3y + 7x + 3 - x + 4y + 6 = (2x + 7x - x) + (-3y + 4y) + (3 + 6) = 8x + y + 9$

b. $3ab - 7a^2 + 8ab - 14a^2 = (3ab + 8ab) + (-7a^2 - 14a^2) = 11ab - 21a^2$

3. Perkalian dan Pembagian Bentuk Aljabar

Kamu dapat mengalikan dan membagi bentuk aljabar seperti yang dilakukan dalam bilangan bulat.

Contoh:

$$\triangleright 4 \times a = a + a + a + a = 4a$$

$$\triangleright 20p : 5 = 4p$$

Sifat-sifat berikut ini dapat digunakan untuk menyederhanakan bentuk aljabar.

\triangleright Sifat *distributif* perkalian terhadap penjumlahan dan pengurangan:

$$a(b + c) = (a \times b) + (a \times c) \text{ dan}$$

$$a(b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$

$$\triangleright \text{Sifat } a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\triangleright \text{Sifat } a^m : a^n = a^{m-n}$$

Coba perhatikan contoh berikut!

Sederhanakan bentuk aljabar berikut!

a. $2(5ab - 3bc)$

b. $16xy^2 : 4xy$

Penyelesaian:

a. $2(5ab - 3bc) = (2 \times 5ab) - (2 \times 3bc)$

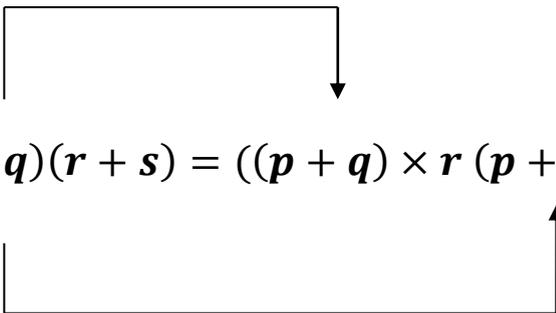
$$= (2 \times 5 \times a \times b) - (2 \times 3 \times b \times c)$$

$$= 10ab - 6bc$$

b. $16xy^2 : 4xy = \frac{16xy^2}{4xy} = 4y$

4. Perkalian Khusus Bentuk Aljabar

Perkalian khusus dari bentuk aljabar adalah $p(q + r + s)$, $(p + q)(r + q)$, dan $(p + s)^2$. Untuk menentukan hasil dari perkalian tersebut, kita gunakan hukum distribusi perkalian melalui penjumlahan. Perhatikan langkah berikut ini.



$$(p + q)(r + s) = ((p + q) \times r + (p + q) \times s)$$

$$\begin{aligned}(p + q)(r + s) &= ((p + q) \times r + (p + q) \times s) \\ &= pr + qr + ps + qs\end{aligned}$$

Dengan metode yang sama, hasil dari $p(q + r + s)$ dan $(p + q)^2$ adalah

$$p(q + r + s) = pq + pr + ps$$

$$\begin{aligned}(p + q)^2 &= (p + q) \times (p + q) \\ &= p^2 + pq + pq + q^2 \\ &= p^2 + 2pq + q^2.\end{aligned}$$

Selesaikan bentuk perkalian berikut ini!

a. $(2p + 3)^2$

b. $(x + y)(x - y)$

Penyelesaian:

a. $(2p + 3)^2 = (2p + 3)(2p + 3)$

$$= 2p(2p + 3) + 3(2p + 3)$$
$$= 4p^2 + 6p + 6p + 9$$
$$= 4p^2 + 12p + 9$$

b. $(x + y)(x - y) = (x + y) \times x(x + y) \times (-y)$

$$= (x \times x) + (y \times x) +$$
$$(x \times (-y)) + (y \times (-y))$$
$$= x^2 + xy - xy - y^2$$
$$= x^2 - y^2$$

C. Pangkat dari Bentuk Aljabar

Sifat pangkat bilangan bulat dapat digunakan untuk memecahkan operasi bentuk aljabar yang berpangkat.

- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(ab)^m = a^m \times b^m$

Perhatikan contoh berikut!

Sederhanakan bentuk aljabar berpangkat berikut ini!

a. $(p^3)^4$

- b. $(4x^2)^3$
- c. $(a^2b^3)^4$

Penyelesaian:

- a. $(p^3)^4 = p^{3 \times 4} = p^{12}$
- b. $(4x^2)^3 = 4^3 \times x^{2 \times 3} = 64x^6$
- c. $(a^2b^3)^4 = a^{2 \times 4}b^{3 \times 4} = a^8b^{12}$

D. Pemfaktoran Bentuk Aljabar

Pemfaktoran atau faktorisasi bentuk aljabar adalah menyatakan bentuk penjumlahan menjadi suatu bentuk perkalian dari bentuk aljabar tersebut.

- a. Pemfaktoran Bentuk $ax \pm b$

Bentuk aljabar $ax + ay$ dapat difaktorkan menjadi $a(x + y)$ dengan a adalah faktor persekutuan dari ax dan ay . Pemfaktoran tersebut dinamakan pemfaktoran sifat distributif.

$$\mathbf{ax + ay = a(x + y) \text{ dan } ax - ay = a(x - y)}$$

Perhatikan contoh berikut ini!

Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut!

- a. $2xy + 6x$
- b. $2a^2b + 4ab^2$

⁴ Suaeh Sembiring, *Matematika SMP/MTs Kelas VII.*(Bandung: Yrama Widya, 2019), h. 103.

- c. $3x^2y^2 - 9xy$
- d. $\frac{1}{2}m^2n^2 - \frac{1}{4}m^3n^2$

Penyelesaian:

- a. $2xy + 6x = 2x(y + 3)$
- b. $2a^2b + 4ab^2 = 2ab(a + 2b)$
- c. $3x^2y^2 - 9xy = 3xy(xy - 3)$
- d. $\frac{1}{2}m^2n^3 - \frac{1}{4}m^3n^2 = \frac{1}{2}m^2n^2(n - \frac{1}{2}m)$

b. Pemfaktoran Bentuk Selisih Dua Kuadrat

Bentuk $a^2 - b^2$ disebut selisih dua kuadrat. Bentuk tersebut dapat dinyatakan ke dalam bentuk perkalian $(a + b)(a - b)$ karena $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Perhatikan contoh berikut ini!

Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut!

- a. $x^2 - 9$
- b. $16x^2 - 9y^2$
- c. $36a^2 - b^2$
- d. $36p^2 - 4q^2$

Penyelesaian:

- a. $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$

$$\text{b. } 16x^2 - 9y^2 = (4x)^2 - (3y)^2 = (4x + 3)(4x - 3)$$

$$\text{c. } 36a^2 - b^2 = (6a)^2 - b^2 = (6a + b)(6a - b)$$

$$\text{d. } 36p^2 - 4q^2 = 4(9p^2 - q^2) = 4((3p)^2 - q^2) = 4(3p + q)(3p - q)$$

c. Pemfaktoran bentuk $x^2 + 2xy + y^2$ dan $x^2 - 2xy + y^2$

Pemfaktoran bentuk $x^2 + 2xy - y^2$ dan $x^2 - 2xy + y^2$ dapat kamu lakukan dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \bullet \quad x^2 + 2xy + y^2 &= x^2 + xy + xy + y^2 \\ &= x(x + y) + y(x + y) \\ &= (x + y)(x + y) \\ &= (x + y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad x^2 - 2xy + y^2 &= x^2 - xy - xy + y^2 \\ &= x(x - y) - y(x - y) \\ &= (x - y)(x - y) \\ &= (x - y)^2 \end{aligned}$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)(x + y) = (x + y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)(x - y) = (x - y)^2$$

Perhatikanlah contoh di bawah ini!

Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut!

- a. $x^2 - 4x + 4$
- b. $x^2 + 6x + 9$
- c. $4x^2 + 12x + 9$
- d. $9x^2 - 6x + 1$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } x^2 - 4x + 4 &= x^2 - 2x - 2x + (2)^2 \\ &= x(x - 2) - 2(x - 2) \\ &= (x - 2)(x - 2) \\ &= (x - 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 3x + 3x + (3)^2 \\ &= x(x + 3) + 3(x + 3) \\ &= (x + 3)(x + 3) \\ &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } x^2 + 12x + 9 &= (2x)^2 + 6x + 6x + (3)^2 \\ &= 2x(2x + 3) + 3(2x + 3) \\ &= (2x + 3)(2x + 3) \\ &= (2x + 3)^2 \end{aligned}$$

- d. Pemfaktoran bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$

Kita telah mempelajari perkalian antarsuku dua dengan suku dua menjadi bentuk penjumlahan berikut.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \text{6} \times \text{4} = \text{24} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{8} \times \text{3} = \text{24} \\ \hline \end{array} \\
 (2x + 1)(3x + 4) = 6x^2 + 8x + 3x + 4 \\
 \begin{array}{c} \text{8} + \text{3} = \text{11} \\ \hline \end{array} \\
 = 6x^2 + 11x + 4
 \end{array}$$

Perhatikan bahwa $(8 + 3) = 11$ dan $(8 \times 3) = 24$

Berdasarkan uraian di atas, bentuk $ax^2 + bx + c = ax^2 + px + qx + c$, dengan $a \neq 0$ dapat difaktorkan dengan cara distribusi berikut.

$$ax^2 + bx + c = ax^2 + px + qx + c, \quad \text{dengan } ac = pq$$

$$p + q = b$$

Perhatikan contoh dibawah ini!

Faktorkanlah bentuk-bentuk aljabar berikut!

a. $x^2 + 5x + 6$

b. $2x^2 - 7x^2 - 15$

Penyelesaian:

$$\begin{array}{c} x^2 + 5x + 6 \\ \begin{array}{c} \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ p+q=5 \end{array} \\ \hline ac = 1 \times 6 = 6 = pq \end{array}$$

a.
$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 6 &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\ &= x(x + 2) + 3(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 3) \end{aligned}$$

b.
$$\begin{array}{c} 2x^2 - 7x - 15 \\ \begin{array}{c} \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ p+q=-7 \end{array} \\ \hline \end{array}$$

$$ac = 2 \times (-15) = -30 = pq$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x - 15 &= 2x^2 - 10x + 3x - 15 \\ &= 2x(x - 5) + 3(x - 5) \\ &= (x - 5)(2x + 3) \end{aligned}$$

E. Pecahan Bentuk Aljabar

1. Menyederhanakan Pecahan Bentuk Aljabar

Suatu pecahan bentuk aljabar dikatakan paling sederhana apabila pembilang dan penyebut tidak mempunyai faktor persekutuan kecuali 1 dan penyebutnya $\neq 0$

2. Operasi Hitung Pecahan Bentuk Aljabar

a. Penjumlahan dan Pengurangan pecahan bentuk Aljabar

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \text{ dengan } b \neq 0, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}, \text{ dengan } b \neq 0, d \neq 0$$

b. Perkalian dan Pembagian Bentuk Aljabar

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

dengan $b \neq 0, c \neq 0, \text{ dan } d \neq 0$

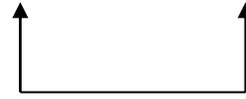
3. Perpangkatan Pecahan Bentuk Aljabar

Operasi perpangkatan merupakan perkalian berulang dengan bilangan yang sama. Hal ini juga berlaku pada perpangkatan pecahan bentuk aljabar.⁶

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b} = \frac{a^n}{b^n}$$

⁵ Tim Grasindo, *Super Jenius Matematika SMP Kelas VII, VIII, IX* (Jakarta: Grasindo, 2014), h. 143.

⁶ Tim Grasindo, *Op. cit.*, h. 145.



Sebanyak n kali

Contoh:

1. Sederhanakanlah pecahan bentuk aljabar berikut ini !

a. $\frac{12x^2-20x}{4x}$

b. $\frac{1}{2r} + \frac{5}{3s}$

2. Tentukan hasil pecahan bentuk aljabar $\frac{4}{3m} \times \frac{mn}{2}$!

3. Sederhanakanlah perpangkatan pecahan bentuk aljabar

$\left(\frac{3p}{2}\right)^2$!

Penyelesaian:

1. a. $\frac{12x^2-20x}{4x} = \frac{4x(3x-5)}{4x}$
 $= 3x - 5$

b. $\frac{1}{2r} + \frac{5}{3s} = \frac{1 \times 3s}{2r \times 3s} + \frac{5 \times 2r}{3s \times 2r}$
 $= \frac{3s+10r}{6rs}$

2. $\frac{4}{3m} \times \frac{mn}{2} = \frac{4 \times mn}{3m \times 2} = \frac{4mn}{6m} = \frac{2n}{3}$

3. $\left(\frac{3p}{2}\right)^3 = \left(\frac{3p}{2}\right) \times \left(\frac{3p}{2}\right) \times \left(\frac{3p}{2}\right) = \left(\frac{27p^3}{8}\right)$

DAFTAR PUSTAKA

- As'ari, Addur Rahman. 2016. *Matematika Kelas VII Semester 2*. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Dudeja.Ved dkk. 2019. *Jelajah Matematika I SMP kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- Grasindo,T.2014.*Super Jenius Matematika SMP Kelas VII, VIII, IX*. Jakarta: Grasindo.
- Imam, Taufik N. P. 2015. *Detik Demi Detik Lulus Ujian Nasional Matematika SMP/MTs*. Jakarta: Grasindo.
- Kuswidi, Iwan. 2020. *Master Juara Olimpiade Sains Nasional (OSN) Matematika SMP/MTs Tingkat Kabupaten/Kota, Provinsi, dan Nasional*. Yogyakarta: Laksana.
- Kusniawati, Yuli Tri. 2020. *SPMB PKN STAN*. Jakarta:Gramedia Widiasarana Indonesia.
- Kurniawwati, Yuli Tri. 2019. *Bahas Tuntas Kisi-Kisi UTBK SBMPTN*. Jakarta: Grasindo.
- Nurdiansyah, Hadi. 2020. *Super TOP Raih Nilai 100 Matematika SMP/MTs VII, VIII, IX*. Bandung: Yrama Widya.

Sembiring, Suah. 2019. *Matematika SMP/MTs Kelas VII*. Bandung: Yrama Widya.

Suparmin, Sukini dkk. 2015. *Pena Emas Olimpiade Sains Nasional Matematika SMP*. Bandung: Yrama Widya.

Tim Pustaka Cerdas. 2019. *Siap Jadi Juara Olimpiade Sains Nasional Matematika SMP*. Yogyakarta: Pustaka Baru Press.